МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Полиграфический институт

УТВЕРЖДАЮ
Директор
_________ /Нагорнова И.В./
«16» февраля 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическая обработка результатов измерений

Направление подготовки/специальность

22.04.01 Материаловедение и технологии материалов

Профиль/специализация

Технология композитов

Квалификация
магистр

Форма обучения
Очная

Москва, 2023 г.

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки магистров 22.04.01 «Материаловедение и технологии материалов», утвержденным приказом МОН РФ от 24.04. 2018 г. № 306

Разработчик(и):

Профессор кафедры
«Инновационные материалы принтмедиаиндустрии»
доктор технических наук /А.В. Дедов/

Согласовано:
Заведующий кафедрой
«Инновационные материалы принтмедиаиндустрии»,
доктор технических наук, профессор /А.П. Кондратов/

Содержание

1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К **основным целям** освоения дисциплины Математическая обработка результатов измерений следует отнести:

- формирование основных подходов к получению и обработки различных материалов;
- формирование навыков, необходимых для участия в создании новых материалов и технологий производства.

К основным задачам освоения дисциплины Математическая обработка результатов измерений следует отнести:

- расширение и закрепление теоретических и практических знаний по дисциплине материаловедение, необходимых для проведения научных исследований и постановки оптимизационных задач;
- изучение сущности физико-химических и химических процессов, происходящих в производстве и обработке различных материалов;
- формирование представлений об основных этапах решения задачи реализации конкретного направления материаловедения;
- ознакомление с современными достижениями по созданию, применению и перспективам развития новых материалов.

Планируемые результаты обучения должны быть соотнесены с установленными в ОПОП ВО индикаторами достижения компетенций.

Обучение по дисциплине Математическая обработка результатов измерений направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2 Способен к разработке методик испытаний и исследований материалов	ИПК-2.2. Владеет программным обеспечением для выполнения расчетов и оформления документации по результатам испытаний и исследований композиционных материалов;

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина ФТД.2 Математическая обработка результатов измерений относится к элективным дисциплинам основной образовательной программы магистратуры, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина Математическая обработка результатов измерений взаимосвязана логически и содержательно–методически со следующими дисциплинами ООП:

В части, формируемой участниками образовательных отношений (Б1.3):

– Математическое моделирование в области материалов и технологий;
– Моделирование свойств композитов;
– Методология выбора материалов и технологий.

3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (36 часов).

3.1 Виды учебной работы и трудоемкость
(по формам обучения)

3.1.1 Очная форма обучения

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры	
			3	
1	**Аудиторные занятия**	**36**	36	
	В том числе:			
1.1	Лекции			
1.2	Семинарские/практические занятия	36		
1.3	Лабораторные занятия			
2	**Самостоятельная работа**			
3	**Промежуточная аттестация**			
	Зачет/диф.зачет/экзамен	зачет		
	Итого	**36**	36	

3.2 Тематический план изучения дисциплины–лекции не предусмотрены
(по формам обучения)

3.3 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

3.4.1 Семинарские/практические занятия

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

Тема: Графическая обработка результатов измерений.

Цель: 1. Приобрести навыки построения экспериментальных графиков в виде, соответствующем требованиям руководящих документов.
2. Осуществить графическую обработку экспериментальных данных конкретного опыта.

Задание: по экспериментальным данным, приведенным в таблице, на приложенной миллиметровке построить график, отражающий зависимость степени набухания в различных растворителях печатных форм, пол ученных на конкретных формных пластинах.
Под графиком сделать подпись: Рис. 1. ……………………………

Теоретическая часть практических занятий

Степень набухания печатных фор м H_t определена гравиметрическим методом путем периодического взвешивания образцов после заданного времени t нахождения в растворителях:

$$H_t = \frac{g_t - g_0}{g_0} \cdot 100\ \% ,$$

где g_t – вес образца после набухания в течение времени t ;
g_0 – начальный вес образца.

ЗАДАНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ:

Вариант 1

Степень набухания Ht печатных фор м, полученных на формных пластинах Easy ESE, в различных растворителях, %

Время набухания, ч	Спирт		
	этиловый	изопропиловый	бутиловый
0	0	0	0
0,5	1,3	0,9	2,8
1,0	3,8	1,9	2,1
1,5	2,8	2,0	1,5
2,0	2,3	1,9	0,7
3,0	1,9	1,7	0,0
4,0	1,8	0,9	– 0,8
5,0	2,0	1,0	– 0,9
6,0	1,8	0,8	– 0,9

Вариант 2

Степень набухания H_t печатных фор м, полученных на формных пластинах DPR, в различных растворителях, %

Время набухания, ч	Спирт		
	этиловый	изопропиловый	бутиловый
0	0	0	0
0,5	13,2	0,9	– 1,8
1,0	14,2	2,0	– 4,0
1,5	13,2	2,2	– 4,3
2,0	8,5	2,2	– 4,3
3,0	– 1,8	3,0	– 6,0
4,0	– 2,2	3,6	– 7,2
5,0	– 1,8	3,5	– 7,0
6,0	– 2,2	3,7	– 7,4

Вариант 3

Степень набухания Ht печатных фор м, полученных на формных пластинах Easy ESE, в различных растворителях, %

Время набухания, ч	Спирт		
	этиловый	изопропиловый	бутиловый
0	0	0	0
0,5	19,0	2,0	6,0
1,0	23,0	5,0	16,5
1,5	23,8	4,2	16,7
2,0	22,5	5,2	6,6
3,0	18,0	6,3	0,0
4,0	11,7	6,5	0,0
5,0	10,0	7,8	– 1,5
6,0	8,0	7,2	– 1,6

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

Дисциплина: Обработка результатов измерений

Тема: Выравнивание графических зависимостей.
Цель: 1. Приобрести навыки выравнивания графических зависимостей и получения эмпирических формул, описывающих экспериментальные зависимости.
2. Осуществить графическую обработку экспериментальных данных и получить эмпирическую формулу, описывающую экспериментальную зависимость конкретного опыта.

Теоретическая часть

Офсетное резинотканевое полотно (ОРТП) полотно представляет собой композиционный многослойный материал (рис. 1) предназначенный для переноса красочного изображения с печатной формы на бумагу. С краской и растворителями контактирует и набухает верхний резиновый (краскопередающий) слой.

Рис. 1. Торцевой срез ОРТП Atlas Web.

Степень набухания *Ht* краскопередающего слоя (КС) оценивают по изменению его размеров на фотографиях торцевого среза образца, непрерывно находящегося в растворителе:

$$H_t = \frac{\delta_t - \delta_0}{\delta_0} \cdot 100\,\% \,, \quad (1)$$

где δ_t– толщина КС после набухания в течение времени t ;

δ_0– начальная толщина КС.

Кривая набухания КС в растворителе (рис. 2) по виду аналогична нижней ветви гипербол (рис. 3), описываемых формулой:

$$y = \frac{x}{ax + b} \,, \quad (2)$$

где: a и b – эмпирические постоянные, определяющие координаты расположения асимптот и центра гиперболы.

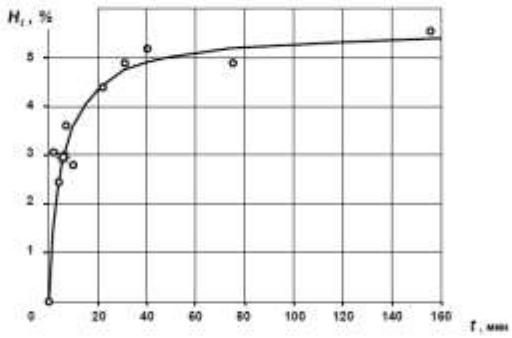

Рис. 2. Кинетика набухания в керосине КС ОРТП NTR104

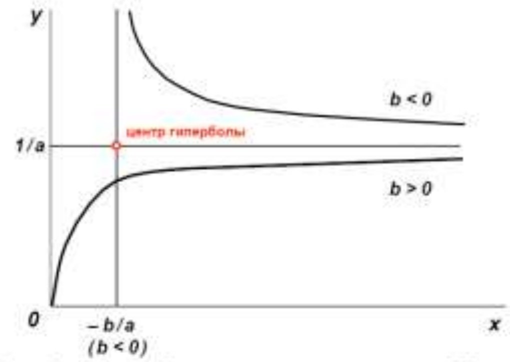

Рис. 3. Гиперболическая зависимость У от X

Если уравнение (2) пригодно для описания кинетики набухания КС, то имеем:

$$H_t = \frac{t}{at+b}; \quad t = H_t(at+b); \quad \frac{t}{H_t} = at+b \quad . \qquad (3)$$

Таким образом, представив экспериментальные данные в координатах *t* / *Ht* от *t*, можно получить линейную зависимость, тангенс угла наклона которой равен *a*, отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат при t = 0, равен *b*. Асимптоту нижней ветви гипербол по физическому смыслу можно представить как предельное $H\infty$ (равновесное) набухание КС. Тогда . $H\infty=1/a$.

Задание:

путем выравнивания графической зависимости получить эмпирическую формулу, описывающую зависимость набухания краскопередающего слоя офсетного резинотканевого полотна от продолжительности воздействия растворителей.

ВАРИАНТ 1

Показатели набухания ОРТП Atlas Web в керосине

Время набухания t , мин	H t , %	t / H t
0	0	
1	4	
5	2	
15	3	
20	3	
30	4	
46	5	

График № 2 зависимости отношения времени набухания к текущей степени набухания от времени набухания ОРТП Atlas Web в керосине

По графику № 2 получено:

a = … b = …

Уравнение кинетики набухания:

$$H_t = \frac{t}{at+b} =$$

Выводы:

ВАРИАНТ 2

Показатели набухания ОРТП Atlas Web в пр опаноле-2

Время набухания t , мин	H t , %	t / H t
0	0	
2	1	
5	3	
10	4	
18	4	
21	7	
40	8	
62	6	

График № 2 зависимости отношения времени набухания к текущей степени набухания от времени набухания ОРТП Atlas Web в керосине
По графику № 2 получено:
a = … b = …
Уравнение кинетики набухания:

$$H_t = \frac{t}{at+b} =$$

Выводы:

ВАРИАНТ 3.

Показатели набухания ОРТП Atlas Web в смывке Bottcherin 60*)

Время набухания t , мин	H t , %	t / H t
0	0	
5	3,0	
10	3,2	
15	3,0	
20	3,6	
30	3,6	
45	4,0	
66	4,2	

*) Смывка Bottcherin 60 – смывочное средство для валов и офсетных полотен, изготовленное на базе алифатических углеводородов и не содержит ароматических и хлорированных углеводородов.

График № 2 зависимости отношения времени набухания к текущей степени набухания от времени набухания ОРТП Atlas Web в керосине
По графику № 2 получено:
a = … b = …
Уравнение кинетики набухания:

$$H_t = \frac{t}{at+b} =$$

Выводы:

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

Тема: Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины.
Цель: 1. Приобрести навыки проверки нормальности распределения случайной величины.
2. Осуществить проверку экспериментальных данных на нормальность распределения по значениям коэффициента вариации и показателей асимметрии и эксцесса.

Теоретическая часть

Использование соотношений нормального распределения допустимо в том случае, если значения случайной величины распределены по нормальному закону.
Реально проверку на нормальность распределения исходных данных производят в условиях малого объема выборки. Выборки малого объема не могут предоставить достаточного количества информации для применения критериев согласия. В этом случае применяют более простые параметры, используемые в качестве «прикидочных» при небольшом объеме выборочных данных: коэффициенты вариации, асимметрии и эксцесса.

Коэффициент вариации показывает степень изменчивости данных эксперимента по отношению к среднему значению выборки.
Коэффициент асимметрии характеризует асимметрию распределения случайной вели - чины. Он положителен, если правый хвост распределения длиннее левого, и отрицателен в противном случае. Если распределение симметрично относительно математического ожидания, то его коэффициент асимметрии равен нулю.

Коэффициент эксцесса – мера остроты пика распределения случайной величины. Для стандартного нормального распределения он равен нулю, положителен, если пик распределения около математического ожидания острый, и отрицателен, если пик очень гладкий.

1. Коэффициент вариации вычисляют по формуле:

$$V = \sigma_n / \bar{x} \ ,$$

где σ_n– среднеквадратическое отклонение случайной величины;
x– среднее значение случайной величины.

Среднеквадратическое отклонение рассчитывают по формуле:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \ .$$

где x– i-тое значение выборки;
n – объем выборки.

Гипотеза о нормальности распределения данных выборки не подтверждается, если значение коэффициента вариации превышает 0,33.

2. Показатели асимметрии $g1$ и эксцесса $g2$ рассчитывают по формулам:

$$g_1 = \frac{\sqrt{n}\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{\sqrt{\left(\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right)^3}}\ ; \qquad g_2 = \frac{n\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{\left(\sum(x_i - \bar{x})^2\right)^2} - 3$$

Средние значения *G1 и G2 для g1 и g2 соответственно рассчитывают как:*

$$G_1 = \frac{\sqrt{n\ (n-1)}}{n-2} \cdot g_1\ ; \qquad G_2 = \frac{n-1}{(n-2)\ (n-3)}\left[(n+1)\,g_2 + 6\right]\ ;$$

а их среднеквадратическое отклонение σ_{G1}и σ_{G2}

$$\sigma_{G_1} = \sqrt{\frac{6n\,(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}}\ : \qquad \sigma_{G_2} = \sqrt{\frac{24\,n\,(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}}\ .$$

Если показатель *g1* положителен, то наблюдается правосторонняя асимметрия и значение превышает значение моды. Если g1 отрицательно, то имеет место левосторонняя асимметрия и меньше моды. Показатель эксцесса для распределения характеризует его крутизну по сравнению со стандартным нормальным распределением.

Гипотеза нормальности исследуемого распределения может быть принята, если совместно выполняются условия $|G_1| \le 3\sigma_{G_1}$ и $|G_2| \le 5\sigma_{G_2}$. В противном случае гипотеза должна быть отвергнута.

Задание:

1. Оценить нормальность распределения результатов определения степени набухания Ht в бутаноле печатных форм, полученных на формных пластинах Easy ESE по коэффициенту вариации.
2. Оценить нормальность распределения результатов определения твердости легированной стали по методу Роквелла по показателям асимметрии и эксцесса.

Все расчеты вести подробно с простановкой в формулы необходимых данных.

Выполнение задания № 1

Таблица 1

Результаты экспериментального определения в % степени набухания *Ht* = x*i* в бутаноле печатных форм, полученных на формных пластинах Easy ESE

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	1,9	3,8	3,1	2,5	1,7	1,0	0,2	0,1	0,1
$\bar{x}$									
$x_i - \bar{x}$									
$(x_i - \bar{x})^2$									
$\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$									

Выполнение задания № 2

Таблица 2 Результаты экспериментального определения твердости легированной стали по методу Роквелла (*xi* – значения твердости в кгс/мм^2)

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	32,5	49,8	57,6	58,0	58,2	58,4	60,4	63,9	64,5
$\bar{x}$									
$x_i - \bar{x}$									
$(x_i - \bar{x})^2$									
$(x_i - \bar{x})^3$									
$(x_i - \bar{x})^4$									
$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$									
$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^3$									
$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^4$									

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

Тема: Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины.

Цель:

1. Приобрести навыки проверки нормальности распределения случайной величины.
2. Осуществить проверку экспериментальных данных на нормальность распределения по значениям коэффициента вариации и показателей асимметрии и эксцесса.

Теоретическая часть

Использование соотношений нормального распределения допустимо в том случае, если значения случайной величины распределены по нормальному закону.

Реально проверку на нормальность распределения исходных данных производят в условиях малого объема выборки. Выборки малого объема не могут предоставить достаточного количества информации для применения критериев согласия. В этом случае применяют более простые параметры, используемые в качестве «прикидочных» при небольшом объеме выборочных данных: коэффициенты вариации, асимметрии и эксцесса.

Коэффициент вариации показывает степень изменчивости данных эксперимента по отношению к среднему значению выборки.

Коэффициент асимметрии характеризует асимметрию распределения случайной вели - чины. Он положителен, если правый хвост распределения длиннее левого, и отрицателен в противном случае. Если распределение симметрично относительно математического ожидания, то его коэффициент асимметрии равен нулю.

Коэффициент эксцесса – мера остроты пика распределения случайной величины. Для стандартного нормального распределения он равен нулю, положителен, если пик распределения около математического ожидания острый, и отрицателен, если пик очень гладкий.

1. Коэффициент вариации вычисляют по формуле:

$$\nu = \sigma_n / \overline{x} \ ,$$

где σ_n– среднеквадратическое отклонение случайной величины;
x– среднее значение случайной величины.

Среднеквадратическое отклонение рассчитывают по формуле:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \ ,$$

где x– *i*-тое значение выборки;
n – объем выборки.

Гипотеза о нормальности распределения данных выборки не подтверждается, если значение коэффициента вариации превышает 0,33.

2. Показатели асимметрии *g1* и эксцесса *g2* рассчитывают по формулам:

$$g_1 = \frac{\sqrt{n}\sum_1^n (x_i - \overline{x})^3}{\sqrt{\left(\sum_1^n (x_i - \overline{x})^2\right)^3}} \ ; \qquad g_2 = \frac{n\sum_1^n (x_i - \overline{x})^4}{\left(\sum (x_i - \overline{x})^2\right)^2} - 3$$

Средние значения *G1 и G2 для g1 и g2 соответственно рассчитывают как:*

$$G_1 = \frac{\sqrt{n\,(n-1)}}{n-2} \cdot g_1 \ ; \qquad G_2 = \frac{n-1}{(n-2)\,(n-3)}\left[(n+1)\,g_2 + 6\right] \ ;$$

а их среднеквадратическое отклонение σ_{G1}и σ_{G2}

$$\sigma_{G_1} = \sqrt{\frac{6n\,(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}} \ ; \qquad \sigma_{G_2} = \sqrt{\frac{24n\,(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}} \ .$$

Если показатель *g1* положителен, то наблюдается правосторонняя асимметрия и значение превышает значение моды. Если g1 отрицательно, то имеет место левосторонняя асимметрия и меньше моды. Показатель эксцесса для распределения характеризует его крутизну по сравнению со стандартным нормальным распределением.

Гипотеза нормальности исследуемого распределения может быть принята, если совместно выполняются условия $|G_1| \le 3\sigma_{G_1}$ и $|G_2| \le 5\sigma_{G_2}$. В противном случае гипотеза должна быть отвергнута.

Задание: 1. Оценить нормальность распределения результатов определения степени набухания Ht в бутаноле печатных форм, полученных на формных пластинах Easy ESE по коэффициенту вариации.

2. Оценить нормальность распределения результатов определения твердости леги- рованной стали по методу Роквелла по показателям асимметрии и эксцесса.
Все расчеты вести подробно с простановкой в формулы необходимых данных.
Выполнение задания № 1

Таблица 1 Результаты экспериментального определения в % степени набухания *Ht* = x_i в бутаноле печатных форм, полученных на формных пластинах Easy ESE

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	1,9	3,8	3,1	2,5	1,7	1,0	0,2	0,1	0,1
$\bar{x}$									
$x_i - \bar{x}$									
$(x_i - \bar{x})^2$									
$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$									

Выполнение задания № 2

Таблица 2 Результаты экспериментального определения твердости легированной стали по методу Роквелла (*xi* – значения твердости в кгс/мм^2)

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	32,5	49,8	57,6	58,0	58,2	58,4	60,4	63,9	64,5
$\bar{x}$									
$x_i - \bar{x}$									
$(x_i - \bar{x})^2$									
$(x_i - \bar{x})^3$									
$(x_i - \bar{x})^4$									
$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$									
$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^3$									
$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^4$									

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

Тема: Дисперсионный анализ экспериментальных данных.
Цель: Приобрести навыки выполнения элементов дисперсионного анализа:
1. Нахождение и исключение грубых ошибок в результатах эксперимента с помощью критерия Романовского.
2. Расчет доверительного интервала случайной величины.

3. Определение необходимого числа параллельных опытов для получения среднего значения случайной величины с заданной относительной погрешностью.
4. Сравнение двух независимых выборок с целью определения значимости их различия.

Теоретическая часть
1. Нахождение и исключение грубых ошибок в результатах эксперимента с помощью критерия Романовского.
Для оценки аномальности экспериментальных результатов *n* при неизвестном генеральном среднеквадратическом отклонении:
1. Рассчитывают выборочное среднее и выборочное среднеквадратичное отклонение s:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{1}^{n} x_i}{n} \quad , \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \; ,$$

где x – *i*-тое значение выборки;
n – объем выборки.
2. Находят критерии Романовского:

$$\beta_1 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{s} \quad , \quad \beta_2 = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{s} \quad ,$$

где x_{min} и x_{max} – наименьший и наибольший результаты измерений.
3. Сравнивают рассчитанные значения критерия с теоретическими, приведенными в таблице 1.

Таблица 1 Значения *βтабл* для неизвестного генерального среднеквадратичного отклонения

Объем выборки *n*	Предельное значение β при уровне значимости α			
	0,100	0,075	0,050	0,025
3	1,15	1,15	1,15	1,15
4	1,42	1,44	1,46	1,48
5	1,60	1,64	1,67	1,72
6	1,73	1,77	1,82	1,89
7	1,83	1,88	1,94	2,02
8	1,91	1,96	2,03	2,13
9	1,98	2,04	2,11	2,21
10	2.03	2,10	2,18	2,29

Если $\beta 1 \geq \beta табл.$ или $\beta 2 \geq \beta табл.$, то подозреваемый в аномальности результат аномален и должен быть исключен из выборки. Далее рассматривают выборку объёмом (*n* – 1). Если $\beta_1 \geq \beta_{табл}$. *и* $\beta 2 \geq \beta_{табл}$., то подозреваемые в аномальности результаты исключают из выборки. Далее рассматривают выборку объёмом (*n* – 2).

2. Расчет доверительного интервала среднего значения случайной величины.

Значение доверительного интервала среднего значения случайной величины рассчитывают по формуле:

$$\pm \Delta x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \cdot t_{\psi, P} \quad ,$$

где x – значение коэффициента Стьюдента для степеней свободы ψ = (n – 1) и уровня надежности P = 0,95 (приведены в табл. 2). Pt ,

Таблица 2 Коэффициент Стьюдента для различного числа степеней свободы ψ

ψ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{\psi, 0,95}$	12,70	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26	2,23

3. Определение необходимого числа параллельных опытов для получения среднего значения случайной величины с заданной относительной погрешностью.

Необходимое число параллельных опытов, при котором относительная ошибка определения среднего значения при заданной доверительной вероятности не будет превышать заданного значения, находят, рассчитав значения коэффициента Стьютента при разном числе опытов:

$$t^{расч} = \frac{\varepsilon \cdot \bar{x}}{s} \cdot \sqrt{n}$$

где ε– заданная относительная ошибка определения среднего значения.
Рассчитанное значение коэффициента Стьюдента сравнивают с его табличным значением при соответствующем числе степеней свободы и принятой доверительной вероятности.

Число опытов, при котором начинает выполняться соотношение:

$$t^{расч} \geq t^{табл}_{(n-1),\, P}$$

принимают за минимальное число параллельных измерений при проведении опытов по конкретной методике на конкретном оборудовании.

4. Сравнение двух выборок с целью определения значимости их различия.

Значимость различия между средними значениями и двух выборок соответственно объёмом *n* и *m* оценивают с помощью критерия Стьюдента. x y

Если $\left|t^{расч}\right| \geq t^{табл}_{\psi,P}$, то различие значимое, средние значения относятся к разным генеральным совокупностям или к одной совокупности, но при определении $\overline{x}$ и $\overline{y}$ имеется достаточная разница в методах их определения.

Формулы для расчета:

$$t^{расч} = (\overline{x} - \overline{y}) / s_{\overline{x}-\overline{y}} ,$$

где $s_{\overline{x}-\overline{y}}$ – среднеквадратичное отклонение разности средних арифметических $\overline{x}$ и $\overline{y}$:

$$s_{\overline{x}-\overline{y}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \overline{x})^2 + \sum_1^n (y_i - \overline{y})^2}{(n+m-2)} \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}$$

Число степеней свободы $\psi = n + m - 2$.

Задание: Выполнить целевую установку по пп. 1-4 для двух выборок.
Значение доверительной вероятности Р принять равным 0,95.
Относительную погрешность определения среднего значения принять равной 0,05.
Все расчеты необходимых величин, значения которых не входят в содержание таблиц, вести подробно с простановкой в формулы необходимых данных.
Расчет данных для таблиц вести с точностью до **0,1**.
Расчет статистических параметров вести с точностью до 0,01
В двух лабораториях получены значения твердости в кгс/мм^2 углеродистой стали по методу Бринелля, вдавливая в образцы стальной закаленный шарик:
Выборка № 1, значения x: 180, 182, 183, 183, 184, 196.
Выборка № 2, значения y: 178, 180, 184, 186, 190, 197.
Требуется оценить различие в качестве образцов стали опытного состава, полученного в разных лабораториях.

1. Нахождение аномальных значений твердости в выборках

Выборка № 1

Таблица 3

Номер опыта	1	2	3	4	5	6
x_i						
$\overline{x}$						
$x_i - \overline{x}$						
$(x_i - \overline{x})^2$						
$\sum_1^n (x_i - \overline{x})^2$						

Выборка № 2

Таблица

Номер опыта	1	2	3	4	5	6
y_i						
$\overline{y}$						
$y_i - \overline{y}$						
$(y_i - \overline{y})^2$						
$\sum_1^n (y_i - \overline{y})^2$						

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6

Тема: Корреляционный анализ экспериментальных данных.

Цель: Приобрести навыки оценки наличия, направления и тесноты связи между выборочными переменными величинами:

1. Нахождение коэффициента корреляции между выборочными переменными величинами, оценка тесноты связи между переменными величинами.
2. Оценка надёжности коэффициента корреляции.
3. Сравнение двух выборочных коэффициентов корреляции.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Коэффициент корреляции показывает тесноту линейной взаимосвязи и изменяется в диапазоне от – 1 до + 1 :

+ 1 – полная (функциональная) линейная положительная взаимосвязь;

0 – отсутствие линейной корреляции (но не обязательно взаимосвязи);

– 1 – полная (функциональная) линейная обратная взаимосвязь.

На практике всегда получают промежуточные значения коэффициента корреляции.

Коэффициент корреляции Пирсона рассчитывают по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum_1^n (x_i - \overline{x}) \cdot (y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_1^n (x_i - \overline{x})^2 \cdot \sum_1^n (y_i - \overline{y})^2}} .$$

Статистическую значимость коэффициента корреляции Пирсона определяют по коэффициенту Стьюдента *t*, вычисляемому как отношение коэффициента корреляции *r* к его ошибке *sr* при числе сравниваемых пар *n* значений *X* и *У*:

$$t_r^{расч} = \frac{r}{s_r} \geq t^{табл}$$

при числе степеней свободы $\psi = n - 2$.

Среднюю квадратичную ошибку коэффициента корреляции вычисляют по формуле:

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

Доверительный интервал для оценки надёжности коэффициента корреляции находят по формуле:

$$r - t^{табл}_{P,\psi} \cdot s_r \le \bar{r} \le r + t^{табл}_{P,\psi} \cdot s_r$$

где $t^{табл}_{P,\psi}$ – табличное значение коэффициента Стьюдента при доверительной вероятности табл., $P = (1 - \alpha)$ и степени свободы $\psi = (n - 2)$;

Таблица 1 Коэффициент Стьюдента для различного числа степеней свободы ψ и доверительной вероятности 0,95

ψ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{0,95;\psi}$	12,70	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26	2,23

Для сравнения двух выборочных коэффициентов линейной корреляции Пирсона вычисляют величину:

$$|\omega| = \frac{|u_1 - u_2|}{\sqrt{\frac{1}{n_1-3} + \frac{1}{n_2-3}}}$$

где *n1* – выборка № 1; *n2* – выборка № 2;
u1 и *u2* – параметры для выборочных коэффициентов корреляции *r1* и *r2* рассчитывают, применяя преобразование Фишера:

$$u_i = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r_i}{1-r_i}$$

Если > 1,96 , то выборки принадлежат к разным генеральным совокупностям и различие между коэффициентами корреляции *r1* и *r2* значимое. □

Задание:

В двух лабораториях получены значения твердости в кгс/мм2 легированной стали по методу Бринелля при различном содержании легирующих элементов.

Определить наличие и тесноту связи между твердостью стали и процентным содержанием в ней легирующих компонентов и значимость различия между результатами, полученными в разных лабораториях.

Значение доверительной вероятности Р принять равным 0,95.

Все расчеты необходимых величин, значения которых не входят в содержание таблиц, вести подробно с простановкой в формулы необходимых данных. Расчет данных для таблиц вести с точностью до 0,1. Расчет статистических параметров вести с точностью до 0,01

I. Обработка экспериментальных результатов лаборатории № 1

Таблица 2 Экспериментальные результаты лаборатории № 1

№ пп	Содержание легирующих элементов, % x_i	Твёрдость HB, кг/мм^2 y_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$
1	**20**	**50**					
2	**50**	**60**					
3	**45**	**55**					
4	**35**	**50**					
5	**25**	**45**					
6	**30**	**45**					
7	**40**	**55**					
8	**20**	**35**					
9	**15**	**40**					
10	**10**	**35**					
Среднее			–	–	–	–	–
Сумма	–	–	–		–		

Определить

Коэффициент корреляции Пирсона:

Средняя квадратичная ошибка коэффициента корреляции:

Статистическая значимость коэффициента корреляции:

Доверительный интервал значений коэффициента корреляции $r1$:

Обработка экспериментальных результатов лаборатории № 2

Таблица 3 Экспериментальные результаты лаборатории № 2

№ пп	Содержание легирующих элементов, % x_i	Твёрдость HB, кг/мм^2 y_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$
1	**45**	**60**					
2	**10**	**40**					
3	**50**	**65**					
4	**25**	**50**					
5	**15**	**40**					
6	**40**	**55**					
7	**20**	**45**					
8	**35**	**55**					
9	**30**	**50**					
10	**40**	**62**					
Среднее			–	–	–	–	–
Сумма	–	–	–		–		

Определить

Коэффициент корреляции Пирсона:

Средняя квадратичная ошибка коэффициента корреляции:

Статистическая значимость коэффициента корреляции:

Доверительный интервал значений коэффициента корреляции $r1$:

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

Тема: Регрессионный анализ экспериментальных данных.

Цель: Приобрести навыки нахождения вида математического выражения зависимости между выборочными переменными величинами:

1. Нахождение уравнения регрессии с помощью метода наименьших квадратов.
2. Оценка достоверности уравнения регрессии и его параметров.

Теоретическая часть

Если, исходя из соображений профессионально-теоретического характера в сочетании с исследованием расположения точек на диаграмме рассеяния, можно предположить линейный характер зависимости между двумя выборочными переменными У и Х, то эту зависимость выражают с помощью линейной регрессии. Уравнение линейной парной регрессии, устанавливающее зависимость *x* от *y*, имеет вид:

$$\hat{y} = ax + b \quad \text{или} \quad \hat{y} = -ax + b \qquad (1)$$

где *a* – коэффициент регрессии, характеризующий наклон прямой к оси абсцисс. Знак « + » или « – » определяет направление изменения у;
b – постоянная сдвига (коэффициент сдвига).

Формулы для расчета коэффициентов регрессии уравнения (1) с помощью метода наименьших квадратов, основанного на минимизации суммы квадратов отклонений экспериментальных значений *yi* от значений, рассчитанных по уравнению (1), имеют вид:

$$a = r\frac{s_y}{s_x} \quad , \quad b = \bar{y} - a\bar{x} \qquad (2)$$

Значения среднеквадратичных отклонений, входящих в уравнение (2), рассчитывают по формулам:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad ; \quad s_y = \sqrt{\frac{\sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$$

Оценку значимости уравнения регрессии осуществляют с помощью *F* – критерия Фишера:

$$F_{эксп} = \frac{r^2}{1-r^2}(n-2)$$

Уравнение регрессии статистически значимо, если $F_{эксп} > F_{табл}$.
Fтабл – табличное значение критерия Фишера при числе степеней свободы $\psi1=1$, $\psi2 = (n - 2)$ и доверительной вероятности *P*.

Таблица 1 Значения критерия Фишера для числа степеней свободы $\psi1$ = 1 и доверительной вероятности 0,95

$\psi_2 = n - 2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_{табл}$	161,4	18,5	10,1	7,7	6,6	6,0	5,6	5,3	5,1	5,0

Значимость коэффициентов регрессии оценивают в два этапа. Рассчитывают стандартные ошибки коэффициентов регрессии:

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2)\cdot\sum(x_i - \bar{x})^2}} \quad , \quad m_b = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2)} \cdot \frac{\sum x_i^2}{n\cdot\sum(x_i - \bar{x})^2}} \; ,$$

где y_i – значения, рассчитанные по уравнению регрессии при соответствующем x_i .

Для каждого из коэффициентов вычисляют экспериментальные значения *t* – критерия:

$$t_a^{эксп} = a/m_a \quad , \quad t_b^{эксп} = b/m_b$$

Коэффициенты регрессии статистически значимы, если | $t_{эксп}$ | > t ~~табл~~ .
t табл – табличное значение критерия Стьюдента при числе степеней свободы $\psi = (n - 2)$
и доверительной вероятности Р.

Таблица 2. Коэффициент Стьюдента для различного числа степеней свободы ψ и доверительной вероятности 0,95

ψ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{0,95;\psi}$	12,70	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26	2,23

Среднюю ошибку аппроксимации рассчитывают по формуле:

$$\overline{A} = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i}\right|\cdot 100\%$$

Задание:

Найти уравнение регрессии зависимости твердости легированной стали, определён- ной по методу Бринелля (НВ) от содержания в ней легирующих элементов q .

Оценить достоверность уравнения регрессии и его параметров.

Значение доверительной вероятности Р принять равным 0,95.

Экспериментальные результаты соответствуют данным, приведенным в таблице 2 задания практического занятия № 5. Результаты промежуточных расчетов и расчета коэффициента корреляции, полученные при выполнении первой части задания практического зан ятия № 5, рекомендуется заимствовать, выполняя нижеследующие расчёты.

Все расчеты необходимых величин, значения которых не входят в содержание таблиц, вести подробно с простановкой в формулы необходимых данных.

Расчет данных для таблиц вести с точностью до 0,1.

Расчет статистических параметров вести с точностью до 0,01

Расчет данных для таблиц и расчет статистических параметров вести с точностью до **0,01** 3

Обработка экспериментальных результатов определения твердости легированной стали при различном содержании легирующих элементов

Таблица 3. Экспериментальные результаты

№ пп	q, % x_i	HB, кг/мм² y_i	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	$y_i-\bar{y}$	$(y_i-\bar{y})^2$	x_i^2	$\hat{y}_i$	$y_i-\hat{y}_i$	$(y_i-\hat{y}_i)^2$	$\left\lvert\frac{y_i-\hat{y}_i}{y_i}\right\rvert$
1	21	52									
2	46	60									
3	25	58									
4	34	34									
5	23	46									
6	29	42									
7	46	55									
8	20	34									
9	14	45									
10	12	35									
Среднее			–	–	–	–	–	–	–		–
Сумма	–	–	–		–			–			

$\hat{y}_i$ *) – значения, рассчитанные по уравнению регрессии при соответствующем x_i .

Определить

Диаграмма рассеяния и график уравнения парной линейной регрессии

Коэффициент парной корреляции Пирсона: r = (из ПЗ № 5) 4

I. Нахождение уравнения парной регрессии

Среднеквадратичное отклонение значений x :

Среднеквадратичное отклонение значений y :

Расчёт коэффициентов регрессии:

Уравнение регрессии и построение графика регрессии:

II. Оценка достоверности уравнения регрессии.

Расчет экспериментального значения критерия Фишера:

Оценка значимости уравнения регрессии с помощью критерия Фишера:

III. Оценка значимости коэффициентов регрессии.

Стандартные ошибки коэффициентов регрессии:

Экспериментальные значения t – критерия для коэффициентов регрессии:

Оценка статистической значимости коэффициентов регрессии: 5

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8

Тема: Регрессионный анализ экспериментальных данных.

Цель: Приобрести навыки нахождения вида математического выражения зависимости между выборочными переменными величинами:

1. Нахождение уравнения регрессии нелинейной зависимости.
2. Оценка достоверности уравнения регрессии и его параметров.

Теоретическая часть

Если расположение экспериментальных данных в корреляционном поле не позволяет сделать однозначного вывода о виде регрессии, то для выбора одной из предполагаемых моделей, характеризующей наилучшим образом зависимость между признаками X и Y, то применяют метод проверки необходимых условий для подбора уравнения регрессии.

Проверку правильности выбора предполагаемой нелинейной зависимости проводят, используя соответствующие равенства, представленные в таблице 1. Если выполняется одно из условий первого столбца таблицы, то выбирают в качестве предполагаемой модели соответствующую формулу, стоящую во втором столбце таблицы рассматриваемой строки. В третьем столбце – способ приведения изучаемой зависимости к линейной.

Таблица 1

Необходимые условия	Регрессия	Способ выравнивания (приведения к линейной зависимости $Y = AX + B$)
$y\left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = \frac{y(x_1)+y(x_n)}{2}$	линейная $y = ax + b$	Тождественное преобразование
$y(\sqrt{x_1 x_n}) = \sqrt{y(x_1)y(x_n)}$	степенная $y = ax^b$	$Y = \ln y, X = \ln x,$ $A = \ln a, B = b$
$y\left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = \sqrt{y(x_1)\,y(x_n)}$	показательная $y = ab^x$	$Y = \ln y, X = x,$ $A = \ln a, B = \ln b$
$y\left(\frac{2x_1 x_n}{x_1+x_n}\right) = \frac{y(x_1)+y(x_n)}{2}$	гиперболическая $y = a + \frac{b}{x}$	$Y = xy, X = x$
$y\left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = \frac{2y(x_1)\,y(x_n)}{y(x_1)+y(x_n)}$	гиперболическая $y = \frac{1}{ax+b}$	$Y = 1/y, X = x$
$y(\sqrt{x_1\,x_n}) = \frac{y(x_1)+y(x_n)}{2}$	логарифмическая $y = a\ln x + b$	$Y = y, X = \ln x$

Условные обозначения в таблице:
$y(A)$ – значение y при $x = A$ (A – результат вычисления выражения в скобках).
Если значения $x = A$ нет в выборке, то y находят интерполированием.
$y(x_1)$ и $y(x_n)$ – соответственно значения y при x_1 и x_n .

Задание:

При обработке хромоникелевой стали резанием лезвийным инструментом получены экспериментальные данные по площади поперечного сечения стружки $У$ (мм^2) при различной скорости резания X (м/мин).

Установить регрессионную зависимость площади поперечного сечения стружки от скорости резания. Ниже представлены результаты эксперимента и корреляционное поле, по расположению точек на котором можно предположить, что регрессионная зависимость может быть или степенная, или гиперболическая.

	x	y
	1,1	25,0
	1,4	22,7
	1,7	22,1
2,0		
	2,1	19,8
	2,6	17,0
3,8		
	4,7	12,3
	6,1	10,7
	7,0	10,0
	10,0	8,2
	12,8	6,7

Согласно данным таблицы 1 имеем:

1. Для степенной функции $y = ax^b$:

$$\underset{1.1}{y(\sqrt{x_1 x_n})} = \underset{1.2}{\sqrt{y(x_1)\,y(x_n)}}$$ необходимое условие

1.1. $y\left(\sqrt{x_1 x_n}\right) = y\left(\sqrt{1{,}1\cdot 12{,}8}\right) = y(3{,}8)$

1.2. $\sqrt{y(x_1)\,y(x_n)} = \sqrt{25\cdot 6{,}7} = 12{,}9$

Значение $y(3{,}8)$ находим линейным интерполированием:

$$y(x) = y(x_{н.и.}) + \frac{y(x_{к.и.}) - y(x_{н.и.})}{x_{к.и.} - x_{н.и.}}(x - x_{н.и.}) =$$

$$= 17{,}0 + \frac{12{,}3 - 17{,}0}{4{,}7 - 2{,}6}(3{,}8 - 2{,}6) = 14{,}3$$

$$\boxed{14{,}3 \neq 12{,}9\ ;\ \Delta_1 = 1{,}4}$$

2. Для гиперболической функции $y = a + b/x$:

необходимое условие $$\underset{2.1}{y\left(\frac{2x_1 x_n}{x_1 + x_n}\right)} = \underset{2.2}{\frac{y(x_1) + y(x_n)}{2}}$$

2.1. $y\left(\dfrac{2x_1 x_n}{x_1 + x_n}\right) = y\left(\dfrac{2\cdot 1{,}1\cdot 12{,}8}{1{,}1 + 12{,}9}\right) = y(2{,}0)$

После интерполирования $y(2{,}0) = 20{,}3$.

2.2. $\dfrac{y(x_1) + y(x_n)}{2} = \dfrac{25{,}0 + 6{,}7}{2} = 15{,}9$

$$\boxed{20{,}3 \neq 15{,}9\ ;\ \Delta_2 = 4{,}4}$$

Так как $\Delta_1 < \Delta_2$, то выбираем степенную регрессионную зависимость: $y = a + x^b$.
Для степенной регрессии:

$$b = \frac{n\sum(\ln x_i \cdot \ln y_i) - \sum \ln x_i \cdot \sum \ln y_i}{n\sum \ln^2 x_i - \left(\sum \ln x_i\right)^2} \quad , \quad a = \exp\left(\frac{1}{n}\sum \ln y_i - \frac{b}{n}\sum \ln x_i\right)$$

Таблица 2

Экспериментальные результаты

№ пп	x_i м/мин	y_i мм^2	$\ln x_i$	$\ln^2 x_i$	$\ln y_i$	$\ln x_i \cdot \ln y_i$	$\hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$\left\lvert \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right\rvert$
1	1,1	25,0	0,095	0,009	3,219	0,306	27,4	– 2,4	5,76	9,5	90,25	0,096
2	1,4	22,7	0,336	0,113	3,122	1,049	23,9	– 1,2	1,44	7,2	51,84	0,053
3	1,7	22,1	0,531	0,282	3,096	1,644	21,4	0,7	0,49	6,6	43,56	0,032
4	2,1	19,8	0,742	0,551	2,986	2,216	19,1	0,7	0,49	4,3	18,49	0,035
5	2,6	17,0	0,956	0,914	2,833	2,708	16,9	0,1	0,01	1,5	2,25	0,006
6	4,7	12,3	1,548	2,396	2,510	3,885	12,1	0,2	0,04	– 3,2	10,24	0,016
7	6,1	10,7	1,808	3,269	2,370	4,285	10,5	0,2	0,04	– 4,8	23,04	0,019
8	7,0	10,0	1,946	3,787	2,303	4,482	9,7	0,3	0,09	– 5,5	30,25	0,030
9	10,0	8,2	2,303	5,304	2,104	4,846	8,0	0,2	0,04	– 7,3	53,29	0,024
10	12,8	6,7	2,549	6,497	1,902	4,848	7,2	– 0,5	0,25	– 8,8	77,44	0,075
$\bar{y}$	–	15,5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
$\sum$	–	–	12,834	23,122	26,445	30,269	–	–	8,65	–	400,65	0,386

$$b = \frac{10 \cdot 30{,}269 - 12{,}834 \cdot 26{,}445}{10 \cdot 23{,}122 - 12{,}834^2} = \frac{302{,}690 - 339{,}395}{230{,}220 - 164{,}712} = -\frac{36{,}705}{65{,}508} = -\,0{,}560$$

$$a = exp(0{,}1 \cdot 26{,}445 + 0{,}056 \cdot 12{,}834) = exp(2{,}644 + 0{,}719) = exp(3{,}363) = 2{,}718^{3{,}363} = 28{,}866$$

Уравнение регрессии имеет вид:

$$y = 28{,}866 \cdot x^{-0{,}56}$$

Для оценки силы корреляционной связи между скоростью резания и площадью поперечного сечения стружки хромоникелевой стали вычислим индекс корреляции по формуле:

$$i = \sqrt{1 - \frac{\hat{s}^2_{yx}}{\hat{s}^2_y}} \ , \qquad F^{эксп} = \frac{i^2(n-2)}{1-i^2}$$

где $\hat{s}^2_{yx} = \dfrac{1}{n-1}\sum(y_i - \hat{y}_{x_i})^2$, $\bar{s}^2_y = \dfrac{1}{n-1}\sum(y_i - \bar{y})^2$

$$i = \sqrt{1 - \frac{0{,}11 \cdot 8{,}65}{0{,}11 \cdot 400{,}65}} = \sqrt{1 - 0{,}02} = \sqrt{0{,}80} = 0{,}89$$

Связь между скоростью резания и площадью поперечного сечения стружки хромоникелевой стали высокая (сильная).

Проверка адекватности уравнения регрессии по критерию Фишера:

$$F^{эксп} = \frac{i^2(n-2)}{1-i^2} = \frac{0{,}80 \cdot 8}{1 - 0{,}80} = \frac{6{,}4}{0{,}20} = 32$$

Таблица 3

Значения критерия Фишера для числа степеней свободы $\psi_1 = 1$ и доверительной вероятности 0,95

$\psi_2 = n - 2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_{табл}$	161,4	18,5	10,1	7,7	6,6	6,0	5,6	5,3	5,1	5,0

Табличное значение критерия Фишера при $\psi_1 = 1$ и $\psi_2 = 8$ равно 5,3.
Поскольку $F^{эксп} > F^{табл}$, то степенное уравнение регрессии адекватно.

Средняя ошибка аппроксимации равна:

$$\overline{A} = \frac{1}{n}\sum\left|\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i}\right| \cdot 100\% = 0{,}1 \cdot 0{,}389 \cdot 100\ \% = 3{,}89\%$$

Значение ошибки аппроксимации свидетельствует о хорошем качестве модели.

Выводы:

1. Зависимость скорости резания от площади поперечного сечения стружки при обработке хромоникелевой стали резанием лезвийным инструментом по данным выборки описывается степенным уравнением регрессии вида:

$$У = 28,9 \cdot X^{-0,56}$$

2. Связь между скоростью резания и площадью поперечного сечения стружки хромоникелевой стали высокая (сильная): индекс корреляции 0,89.
3. Уравнение регрессии адекватно: экспериментальное значение критерия Фишера больше табличного (32,0 > 5,3).
4. Средняя ошибка аппроксимации равна: 3,89 %.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9

Тема: Компьютерная обработка экспериментальных данных.

Цель: Приобрести навыки применения онлайн калькуляторов для обработки экспериментальных данных.

Задание:

С помощью онлай калькуляторов

1. https://allcalc.ru/node/768;
2. https://planetcalc.ru/5992/.

Найти уравнение регрессии зависимости твердости легированной стали, определён-ной по методу Бринелля (НВ) от содержания в ней легирующих элементов q .

Оценить значимость различия между коэффициентами регрессии, полученными с помощью разных онлайн калькуляторов

Значение доверительной вероятности Р принять равным 0,95.

Экспериментальные результаты определения твердости легированной стали при различном содержании легирующих элементов

№ пп	q, % x_i	HB, кг/мм^2 y_i
1	21	52
2	46	60
3	25	58
4	34	34
5	23	46
6	29	42
7	46	55
8	20	34
9	14	45
10	12	35

ПОЛУЧИТЬ:
1. Уравнения регрессии, полученные с помощью онлайн калькулятора № 1:
2. Уравнения регрессии, полученные с помощью онлайн калькулятора № 2:

ЗАДАНИЕ 2

Экспериментальные результаты определения плотности воздушного потока
при различном перепаде давления

№ пп	ΔP, гПа x_i	q, см/мин y_i
1	6	16
2	8	22
3	9	19
4	11	28
5	12	25
6	13	34
7	14	31
8	15	40
9	16	37
10	17	43

ПОЛУЧИТЬ:
1. Уравнения регрессии, полученные с помощью онлайн калькулятора № 1:
2. Уравнения регрессии, полученные с помощью онлайн калькулятора № 2:

3.4.2 Лабораторные занятия-не предусмотрены

3.4 Тематика курсовых проектов (курсовых работ)-не предусмотрены

4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1 Нормативные документы и ГОСТы

ГОСТ 7.32-2017. Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу «ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ»

4.2 Основная литература

1. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей: учебник для вузов / Е. С. Вентцель; – М. : Издательство "Высшая школа", 2006. – 575 с.

2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман; – М.: Издательство «Юрайт», 2012. – 479 с.

4.3 Дополнительная литература

1. Вентцель, Е. С., Овчаров, Л. А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учебное пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров; – М.: Издательство «КНОРУС», 2010. – 496 с.

2. Вентцель, Е. С., Овчаров, Л. А. Теория случайных процессов и её инженерные приложения: учебное пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров; – М.: Издательство «КНОРУС», 2011. – 448 с.

4.4 Электронные образовательные ресурсы

Электронные образовательные ресурсы по данной дисциплине не предусмотрены.

4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

Пакет Exchell, MatCad

4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1.Центр новых образовательных технологий УрФУ. [Электронный ресурс] – URL: http://media.ls.urfu.ru/cet/

2. Романков П.Г., Фролов В.Ф., Флисюк О.М. Методы расчета процессов и аппаратов химической технологии. – М.: ХИМИЗДАТ, 2009. Электронный ресурс. Сайт «Техническая литература». Режим доступа: http://booktech.ru/books/processy-i-apparaty/201-metody-rascheta-processov-i-apparatov-himicheskoy-tehnologii-2009.html

5 Материально-техническое обеспечение

Лекционные и лабораторные занятия обеспечиваются современными техническими средствами обучения. Студентам должен быть обеспечен свободный доступ к средствам информационных технологий. Лабораторно-практические занятия проводятся в специализированных классах, оснащенных компьютерами и соответствующим программным обеспечением. Для выполнения расчётов используются программа Microsoft Office Excel, математические пакеты StatSoft, Statistica, MathCAD и др.

Демонстрация на лекционных и лабораторных занятиях видеофрагментов научно-познавательных видеофильмов и содержания телетрансляций по программам телевидения, посвященным клеящим веществам и лакам.

Программное обеспечение

Компьютерные презентации лекционного курса по дисциплине.

http://www.polimag.ru

Для успешного освоения дисциплины и выполнения практических заданий студент использует следующие программные средства:

Microsoft Office для дома и работы 2007: Word 2007, Excel 2007, PowerPoint 2007.

6 Методические рекомендации

6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Рекомендуется широкое использование активных и интерактивных методов обучения, научной и справочной литературы при подготовке учебно-методических материалов, возможностей современных информационных технологий.

6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При самостоятельной работе студентам рекомендуется использовать базу данных полиграфических материалов, сеть Интернет, а также отечественные профессиональные журналы: «Полиграфия», «КомпьюАрт», «Известия вузов. Проблемы полиграфии и издательского дела», «Новости полиграфии», «Флексо +»

7 Фонд оценочных средств

7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения – не предусмотрены

7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Критерии выставления зачета по дисциплине

Критерии оценки ответа на экзамене-не предусмотрен

Критерии оценки работы обучающегося на лабораторном занятии - не предусмотрены

Критерии оценки выполнения контрольной работы-не предусмотрены

7.3 Оценочные средства

№ ОС	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Практические занятия (ПЗ)	Средство проверки умений обучающегося самостоятельно выполнять теоретические и экспериментальные исследования и оценки уровня освоения обучающимся практических навыков	Отчеты о выполнения практических занятий с индивидуальным заданием
3	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Математическая обработка результатов измерений

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Тема 1. Графическая обработка результатов измерений	ПК-2	ПЗ, Т
2	Тема 2. Выравнивание графических зависимостей	ПК-2	ПЗ, Т
3	Тема 3. Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины	ПК-2	ПЗ, Т
4	Тема 4. Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины	ПК-2	ПЗ, Т
5	Тема 5. Дисперсионный анализ экспериментальных данных	ПК-2	ПЗ, Т
6	Тема 6. Корреляционный анализ экспериментальных данных	ПК-2	ПЗ, Т
7	Тема 7. Регрессионный анализ экспериментальных данных	ПК-2	ПЗ, Т
8	Тема 8. Регрессионный анализ экспериментальных данных	ПК-2	ПЗ, Т
9	Тема 9. Компьютерная обработка	ПК-2	ПЗ, Т

	экспериментальных данных		

7.3.1. Текущий контроль (работа на лабораторных занятиях)
7.3.2. Текущий контроль (контрольная работа)

7.3.3. Текущий контроль (тестирование)
(формирование компетенций ПК-2

<u>Примеры тестовых заданий:</u>

1.Истинной погрешностью называют:

- а) погрешность измерительного прибора;
- б) наибольшую погрешность;
- в) разность между результатом измерения и истинным значением определяемой величины;
- г) среднюю погрешность при многократных измерениях.

2. При равноточных измерениях по формуле ***M — m/4n*** :

- а) выявляют постоянно действующую погрешность;
- б) оценивают точность среднего арифметического;
- в) оценивают точность измерительного прибора;
- г) оценивают точность отдельного измерения.

3. Наиболее предпочтительным критерием оценки точности является:

- а) средняя погрешность;
- б) вероятная погрешность;
- в) предельная погрешность;
- г) средняя квадратическая погрешность.

4. Предельная средняя квадратическая погрешность вычисляется как:

- а) А,,*,> = т; б) = 2т; в> ра = 3т ’

5.Вероятная погрешность - это:

- а) значение случайной погрешности, по отношению к которой одинаково возможна погрешность как больше этого значения, так и меньше по абсолютному значению;
- б) постоянно действующая погрешность;
- в) предельное значение погрешности;

- г) разница между наибольшим и наименьшим результатами измерений.

6. Вычисления с использованием результатов геодезических измерений ведутся, как правило:

- а) с числами, имеющими то же число знаков, что получено при измерениях;
- б) с числами, на один десятичный знак большими, чем получены измерения;
- в) с числами, на два десятичных знака большими, чем получены измерения;
- г) с числами, на три десятичных знака большими, чем получены измерения.

7. При равноточных измерениях за наилучшее приближение к истинному значению измеряемой величины принимают:

- а) наибольшее значение;
- б) наименьшее значение;
- в) среднее арифметическое;
- г) последний результат.

8.Выражение $_{m}$ _ ***J*** ^{1} ^называется формулой:

- а) Красовского;
- б) Гаусса;
- в) Крюгера;
- г) Бесселя.

9. Вес измерения характеризует:

- а) степень надёжности результата измерений;
- б) вес приборов, применяемых при измерениях;
- в) вес груза, применяемого для натяжения инварной проволоки;
- г) величину провисания инварной проволоки.

10.По формуле M_0 = ***fi$_Q$/ л[р*** оценивают:

- а) среднюю квадратическую погрешность единицы веса;
- б) точность весового среднего;
- в) точность измерительного прибора;
- г) точность отдельного измерения.

11. При неравноточных измерениях по формуле

I 1 ″

/u = J-**'*У.Р,*** • Ц^2 определяют:

Vn-l

- а) точность отдельного измерения;
- б) точность среднего арифметического;
- в) среднюю квадратическую погрешность единицы веса;
- г) точность измерительного прибора.

12. По формуле ***m*** **_** I ^{1} ***Y S***^{2} определяют:

Ь-1 м '

- а) точность среднего арифметического;
- б) точность измерительного прибора;
- в) постоянно действующую погрешность;
- г) точность отдельного измерения.

13. Радиус земного шара 6371 км, погрешность определения его радиуса m_R = 100 м. С какой средней квадратической погрешностью может быть определена длина экватора:

- а) $m_L = л \cdot m_R$;
- б) m_L = *2тг ?* m_R ;
- в) m_L=*7r*^{2}-m_R;
- г) m_L = ***2я*** • m_R ;

14. В девятиугольнике все углы измерены с одинаковой средней квадратической погрешностью, равной 20". Суммарная средняя квадратическая погрешность многоугольника равна:

  - а) Г;
  - б) 1,5';
  - в) 2';
  - г) 3'.

15. Из выражения ^ = 1 ^7/ при бесконечно большом числе п ,=1 измерений средняя арифметическая величина будет стремиться к значению:

- а) вероятному;
- б) случайному;
- в) истинному;
- г) наибольшему.

Ответы на тесты:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
в	б	г	в	а	б	в	г	а	б	в	г	б	а	в