

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Максимов Алексей Борисович  
Должность: директор департамента по образовательной политике  
Дата подписания: 07.11.2023 18:10:48  
Уникальный программный ключ:  
8db180d1a3f02acfedc9471475080d

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет информационных технологий**

УТВЕРЖДАЮ



Декан факультета  
информационных технологий  
/Д. Г. Демидов/

28 апреля 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Дискретные структуры и компьютеринг»**

Направление подготовки  
**10.03.01 «Информационная безопасность»**

Профиль  
**«Безопасность компьютерных систем»**

Квалификация  
**Бакалавр**

Формы обучения  
**Очная**

Москва, 2022 г.

**Разработчик(и):**

Доцент, к.т.н

/ И.Ю. Алибеков /

**Согласовано:**

И.о. заведующего кафедрой «Информационная безопасность»,



А.Ю. Гневшев

Руководитель образовательной программы,



А.Ю. Гневшев

## Содержание

1	Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине	4
2	Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3	Структура и содержание дисциплины	5
3.1	Виды учебной работы и трудоемкость	5
3.2	Тематический план изучения дисциплины	6
3.3	Содержание дисциплины	8
3.4	Тематика практических занятий	9
4	Учебно-методическое и информационное обеспечение	10
4.1	Основная литература	10
4.2	Дополнительная литература	10
4.3	Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение	10
4.4	Электронные образовательные ресурсы	10
5	Материально-техническое обеспечение	10
6	Методические рекомендации	11
6.1	Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения	11
6.2	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	11
7	Фонд оценочных средств	12
7.1	Методы контроля и оценивания результатов обучения	12
7.2	Шкала и критерии оценивания результатов обучения	12
7.3	Оценочные средства	15
7.3.1.	Домашняя работа	15
7.3.2.	Список вопросов для экзамена	19

# 1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К **основным целям** освоения дисциплины «**Дискретные структуры и компьютеринг**» следует отнести:

- развитие у студентов навыков математического мышления, способностей к самостоятельной творческой работе;
- воспитание культуры логических рассуждений, формирование умения применять модели дискретной математики к решению различных задач прикладных дисциплин;
- привитие навыков работы со сложными логическими конструкциями и использования методов дискретной математики в практической – проектной, производственно-технологической, организационно-управленческой, аналитической и научно-исследовательской, – профессиональной деятельности.

К **основным задачам** освоения дисциплины «**Дискретные структуры и компьютеринг**» следует отнести:

- научить системному подходу к анализу и синтезу сложных систем.
- научить решать задачи теории множеств, теории графов, теории кодирования, уметь применять полученные навыки;
- развивать способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы оценивать результаты собственной работы.

Обучение по дисциплине «**Дискретные структуры и компьютеринг**» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	<p><b>знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>● основы теории множеств;</li><li>● основы комбинаторного анализа;</li><li>● основы теории графов;</li><li>● операции над множествами и их свойства;</li><li>● основные методы дискретной математики, необходимые для дальнейшего изучения последующих дисциплин, предусмотренных учебными планами, а также для применения в профессиональной деятельности;</li></ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>● пользоваться основными методами дискретной математики для решения задач как в области дискретной математики, так и за ее пределами;</li><li>● применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем</li><li>● проводить анализ и оценку методов и подходов дискретной математики;</li></ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>● навыками формализации и решения</li></ul>

	практических задач методами дискретной математики; • опытом решения задач теории множеств, комбинаторных и теоретико-графовых задач;
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дискретные структуры и компьютеринг» относится к числу профессиональных учебных дисциплин обязательной части Б1.1.14 блока Б.1 основной образовательной программы бакалавриата.

Дисциплина «Дискретные структуры и компьютеринг» взаимосвязана логически и содержательно-методически со следующими дисциплинами и практиками ООП: «Математическая логика и теория алгоритмов».

## 3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, т.е. 144 академических часа (из них лекции - 36 часов, лабораторных занятий - 36 часа, самостоятельная работа - 72 часа). Форма контроля – экзамен во 2 семестре.

### 3.1 Виды учебной работы и трудоемкость (по формам обучения)

#### 3.1.1 Очная форма обучения

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры	
			Семестр	Неделя семестра
<b>1</b>	<b>Аудиторные занятия</b>	<b>72</b>	2	1-18
	В том числе:			
1.1	Лекции	36	2	1-18
1.2	Семинарские/практические занятия			
1.3	Лабораторные занятия	36	2	1-18
<b>2</b>	<b>Самостоятельная работа</b>	<b>72</b>	2	1-18
<b>3</b>	<b>Промежуточная аттестация</b>		2	19-21
	Экзамен		2	
	Итого:	<b>144</b>		

## 3.2 Тематический план изучения дисциплины (по формам обучения)

### 3.2.1 Очная форма обучения

№ п/п	Разделы/темы дисциплины	Трудоемкость, час					
		Всего	Аудиторная работа				Самост ятельн ая работа
			Лекц ии	Семинарск ие/ практичес кие занятия	Лаборат орные занятия	Практич еская подготов ка	
1.1	Введение. Роль дискретной математики в прикладных науках Историческая справка. Историческая справка. Предмет, цель и содержание курса «Дискретные структуры и компьютеринг». Основные понятия и определения теории множеств, комбинаторного анализа и теории графов.		2				
1.2	Структура теории множеств (ТМ): концептуальный базис, дедуктивные средства, содержательная надстройка. Понятия «множество» и «элемент». Понятие «универсум». Пояснение понятия «множество» с агрегатной точки зрения. Пояснение понятия «множество» с атрибутивной точки зрения. Уточнение исходных понятий ТМ. Основные производные понятия ТМ. Подмножество. Кортж. Декартово произведение. $n$ -арное соответствие. Алгебраическая $n$ -арная операция. Алгебраическая система. Чёткие и нечёткие множества.		2				8
1.3	Система символов теории множеств. Понятие языка теории множеств. Алфавит теории множеств: формальное определение операций над множествами и графическое пояснение. Символы операций. Символы правил сопоставления. Языковые выражения теории множеств.		2	2			8
1.4	Понятие мощности множества. Способы задания множеств. Наглядное представление задаваемых множеств. Диаграмма Эйлера-Венна. Индикаторы множества. Классификация множеств. Числовые характеристики. Кардинальные и трансфинитные числа. Аксиоматика содержательно (интуитивно) построенных множеств. Парадоксы Рассела и Кантора. Аксиоматика формально построенных теорий множеств. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.		2	4			8
1.5	Определение комбинаторного анализа. Классификация комбинаторных задач. Треугольник Паскаля. Число Белла. Число		2	4			8

	Стирлинга. Метод включений и исключений. Задачи решаемые в комбинаторном анализе, их примеры. Рекуррентные формулы. Правило суммы. Математическая индукция, применения в перечислительной комбинаторике. Правило произведения. Биномиальные коэффициенты, количество подмножеств. Бином Ньютона. Метод рекуррентных соотношений.						
1.6	Понятие отображения. Инъекция, сюръекция. Взаимоднозначные (биективные) отображения. Операция композиции отображений и ее свойства. Обратное отображение. Композиционная степень отображения. Диаграмма внутреннего отображения, заданного на конечном множестве; циклы. Теорема о заиклиивании степенной последовательности элемента. Теорема о разбиении взаимоднозначного внутреннего отображения, заданного на конечном множестве, на отдельные независимые циклы. Метод производящих функций.	4	4				8
1.7	Понятие декартова произведения множеств. Декартова степень множества. Определение соответствий. Бинарные соответствия. Чёткие и нечёткие соответствия. Классификация бинарных соответствий. Примеры интерпретации соответствий. Способы задания соответствий. Таблица Кэли. Операции над соответствиями. Композиция соответствий. Бинарные отношения и двудольные графы. Отношения эквивалентности, классы эквивалентности. Отношения частичного порядка.	4	4				6
1.8	Понятия неориентированного и ориентированного графов. Способы задания графов. Матрица смежности. Путь в графе. Цикл в графе. Связный граф. Компоненты связности графа. Степень вершины. Теорема о сумме степеней вершин графа. Полный граф; формула количества рёбер в полном графе. Алгоритм фронта волны в графе. Методика выделения компонент связности в графе. Мосты и разделяющие вершины (точки сочленения). Расстояние между вершинами в графе: определение, свойства, методика нахождения. Эксцентриситет вершины. Радиус и диаметр графа. Центральные вершины. Двудольные графы. Методика проверки графа на двудольность. Полный двудольный граф. Изоморфные графы. Методика проверки пары графов на изоморфность. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера (критерий эйлеровости графа). Методика нахождения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы графы. Плоские графы. Грани плоской укладки плоского графа. Соотношения между количествами вершин, рёбер и граней в плоском графе. Примеры неплоских графов. Деревья и их свойства. Кодирование Пруфера	6	6				8

	для деревьев с пронумерованными вершинами.					
1.9	Определение бинарного отношения. Специальные бинарные отношения: порядок, эквивалентность. Свойства бинарных отношений. Исследование свойств бинарных отношений. Теория отображений и алгебра подстановок. Представление бинарных отношений порядка с помощью диаграмм Хассе. Понятие об n-арном отношении. Эквивалентности. Разбиения множеств, фактор- множество. Отношения порядка: линейный и лексико-графический.	4	4			6
1.10	Сравнение множеств. Мощность множества, конечная и бесконечная мощность. Счетные множества, счетность множества целых и рациональных чисел. Несчетные множества. Континуальные множества. Несчетность континуальных множеств. Теорема Кантора-Бернштейна. Классы эквивалентности множеств. Эквивалентность и мощность множеств. Количественная эквивалентность множеств. Мощность континуума.	2	2			4
1.11	Понятие предиката. Область определения и область истинности предиката. Обычные логические операции над предикатами. Кванторные операции над предикатами. Понятие предикатной формулы; свободные и связанные переменные.	2	2			4
1.12	Транспортные сети. Поток в транспортной сети. Алгоритм нахождения полного потока. Свойство определения допустимого потока. Закон Кирхгофа. Максимальный поток. Полный поток. Насыщенные дуги. Определение максимального потока в сети. Построение полного потока сети. Пример на построение полного потока в транспортной сети.	4	4			4
<b>Итого</b>		<b>144</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>72</b>

### 3.3 Содержание дисциплины

#### Введение. Роль дискретной математики в прикладных науках

Историческая справка. Историческая справка. Предмет, цель и содержание курса «Дискретные структуры и компьютеринг». Основные понятия и определения теории множеств, комбинаторного анализа и теории графов.

#### Тема 1. Язык теории множеств.

Система символов теории множеств. Понятие языка теории множеств. Алфавит теории множеств: формальное определение  $(A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4)(A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4)$  операций над множествами и графическое пояснение. Символы операций. Символы правил сопоставления. Языковые выражения теории множеств.



## **Тема 2. Основы комбинаторного анализа.**

Определение комбинаторного анализа. Классификация комбинаторных задач. Треугольник Паскаля. Число Белла. Число Стирлинга. Метод включений и исключений. Задачи решаемые в комбинаторном анализе, их примеры. Рекуррентные формулы. Правило суммы. Математическая индукция, применения в перечислительной комбинаторике. Правило произведения. Биномиальные коэффициенты, количество подмножеств. Бином Ньютона. Метод рекуррентных соотношений.

## **Тема 3. Графы.**

Понятия неориентированного и ориентированного графов. Способы задания графов. Матрица смежности. Путь в графе. Цикл в графе. Связный граф. Компоненты связности графа. Степень вершины. Теорема о сумме степеней вершин графа. Полный граф; формула количества рёбер в полном графе. Алгоритм фронта волны в графе. Методика выделения компонент связности в графе. Мосты и разделяющие вершины (точки сочленения). Расстояние между вершинами в графе: определение, свойства, методика нахождения. Эксцентриситет вершины. Радиус и диаметр графа. Центральные вершины. Двудольные графы. Методика проверки графа на двудольность. Полный двудольный граф. Изоморфные графы. Методика проверки пары графов на изоморфность. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера (критерий эйлеровости графа). Методика нахождения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы графы. Плоские графы. Грани плоской укладки плоского графа. Соотношения между количествами вершин, рёбер и граней в плоском графе. Примеры неплоских графов. Деревья и их свойства. Кодирование Пруфера для деревьев с пронумерованными вершинами.

## **Тема 4. Потoki в сетях.**

Транспортные сети. Поток в транспортной сети. Алгоритм нахождения полного потока. Свойство определения допустимого потока. Закон Кирхгофа. Максимальный поток. Полный поток. Насыщенные дуги. Определение максимального потока в сети. Построение полного потока сети. Пример на построение полного потока в транспортной сети.

### **3.4 Тематика практических занятий**

#### **Тема 1. Язык теории множеств.**

Система символов теории множеств. Понятие языка теории множеств. Алфавит теории множеств. Языковые выражения теории множеств.

#### **Тема 2. Основы комбинаторного анализа.**

Решение задач комбинаторного анализа. Формулы подсчета числа вариантов: размещения, сочетания, перестановки с повторениями и без повторений. Элементарные тождества для числа сочетаний. Основные правила комбинаторики. Модели комбинаторных конфигураций. решение комбинаторной задачи методом рекуррентных соотношений. Специальные числа. Метод включений и исключений.

### Тема 3. Графы.

Задача о четырех красках. Нахождение остовного подграфа неориентированного графа. Способы задания графов. Построение матрицы смежности графа. Задача нахождения элементарных циклов и контуров. Определение связности графа и компонентов связности. Построение минимального остовного дерева графа с помощью алгоритма Краскала Операции над графами. Метрические характеристики графов. Нахождение минимальных и максимальных путей орграфа.

### Тема 4. Потоки в сетях.

Построение полного потока в транспортной сети. Определение изоморфности графов. Применение теоремы о потоках в транспортной сети. Применение теоремы Форда-Фалкерсона. Нахождение потока минимальной стоимости.

## 4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 4.1 Основная литература

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511780>.
2. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511483>.
3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.] ; под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 108 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08214-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492307>.
4. Дехтярь М.И. Лекции по дискретной математике [Электронный ресурс] / М.И. Дехтярь. — Электрон. текстовые данные. — М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — 181 с. — <http://www.iprbookshop.ru/62815.html>.

### 4.2 Дополнительная литература

1. Храмова Т.В. Дискретная математика. Элементы теории графов [Электронный ресурс]: учебное пособие /— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2014. — 43 с. —Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45466.html>
2. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 468 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16763-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/531659>.

3. Бернштейн Т.В. Практикум по дискретной математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.В. Бернштейн, Т.В. Храмова. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2014. — 131 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55492.html>

#### **4.3 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение**

1. Офисные приложения, MicrosoftOffice 2013 (или ниже) – MicrosoftOpenLicense Лицензия № 61984042
2. Операционная система Windows 7(или ниже) – MicrosoftOpenLicense.

#### **4.4. Электронные образовательные ресурсы**

Электронный образовательный ресурс разрабатывается.

### **5 Материально-техническое обеспечение**

Для проведения всех видов занятий необходимо презентационное оборудование (мультимедийный проектор, ноутбук, экран) – 1 комплект.

Для проведения практических занятий необходимо наличие компьютерных классов оборудованных современной вычислительной техникой из расчета одно рабочее место на одного обучаемого.

### **6 Методические рекомендации**

#### **6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения**

При подготовке к занятиям следует предварительно проработать материал занятия, предусмотрев его подачу точно в отведенное для этого время занятия. Следует подготовить необходимые материалы – теоретические сведения, задачи и др. При проведении занятия следует контролировать подачу материала и решение заданий с учетом учебного времени, отведенного для занятия.

При проверке работ и отчетов следует учитывать не только правильность выполнения заданий, но и оптимальность выбранных методов решения, правильность выполнения всех его шагов.

#### **6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Изучение дисциплины осуществляется в строгом соответствии с целевой установкой в тесной взаимосвязи учебным планом. Основой теоретической подготовки студентов являются *лекции*.

В процессе самостоятельной работы студенты закрепляют и углубляют знания, полученные во время аудиторных занятий, дорабатывают конспекты лекций, готовятся к экзамену, а также самостоятельно изучают отдельные темы учебной программы.

Практические занятия проводятся по наиболее важным темам дисциплины. Осуществляется закрепление знаний, полученных студентами на лекциях и в процессе

самостоятельной работы. Особое внимание обращается на развитие умений и навыков установления связи положений теории с профессиональной деятельностью будущего специалиста по ИБ. *Практические занятия* проводятся по теоретическим и проблемным вопросам ИБ.

Важным обстоятельством является привлечение внимания студентов к теме практических занятий, стимулирование интереса к ней и организация активного обсуждения, как структуры проблемы, так и составляющих ее наиболее актуальных тем. Для повышения эффективности проведения занятия требуется предварительная подготовка всех его участников. В этой связи рекомендуется заблаговременно (не менее, чем за неделю) оповестить студентов о теме занятия.

При проведении практического преподаватель *выполняет, в основном*, функции ведущего - следит за регламентом времени, помогает уточнить формулировки, обобщает полученные результаты, подводит итог занятию в целом. При высоком уровне подготовки студенческой группы отдельные функции ведущего можно поручить одному из студентов. В случае необходимости, преподаватель оказывает ему поддержку, а при подведении итогов - дает оценку работе ведущего.

Активная работа студента на практическом занятии учитывается при определении итоговой оценки его знаний по дисциплине на зачете.

Самостоятельная работа по дисциплине предполагает: выполнение студентами домашних заданий. Домашние задания являются, как правило, продолжением практических занятий и содействуют овладению практическими навыками по основным разделам дисциплины. Самостоятельная работа студентов предполагает изучение теоретического и практического материала по актуальным вопросам дисциплины. Рекомендуется самостоятельное изучение учебной и научной литературы, использование справочной литературы и др.

При выдаче заданий на самостоятельную работу используется дифференцированный подход к студентам. Перед выполнением студентами самостоятельной внеаудиторной работы преподаватель проводит инструктаж по выполнению задания, который включает: цель задания, его содержание, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки. В процессе инструктажа преподаватель предупреждает студентов о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания. Инструктаж проводится преподавателем за счет объема времени, отведенного на изучение дисциплины.

Текущий контроль осуществляется на лабораторных занятиях, промежуточный контроль осуществляется на экзамене в письменной (устной) форме.

Самостоятельная работа осуществляется индивидуально.

Контроль самостоятельной работы организуется в двух формах:

- самоконтроль и самооценка студента;
- контроль со стороны преподавателей (текущий и промежуточный).

Текущий контроль осуществляется на практических занятиях, промежуточный контроль осуществляется на экзамене в письменной (устной) форме.

- Критериями оценки результатов самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность компетенции;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

## 7 Фонд оценочных средств

### 7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- домашние задания и их защита;
- экзамен.

Рубежная проверка знаний в рамках отдельных модулей проводится в форме контроля выполнения практических и домашних заданий. Тематика домашних заданий, соответствует основному содержанию лекционных и практических занятий. Итоговый контроль знаний по дисциплине проводится в форме экзамена в пятом учебном семестре.

### 7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю):

<b>ОПК-3 Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности</b>				
<b>Показатель</b>	<b>Критерии оценивания</b>			
	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>знать:</b> - основные понятия и определения и свойства объектов дискретной математики; - основы теории множеств; - основные понятия теории графов, теории кодирования; - логику предикатов и бинарных отношений; -основы комбинаторного анализа; - свойства бинарных отношений; - свойства операций над множествами; <b>Уметь:</b> -выполнять операции над множествами, применять аппарат теории множеств для решения задач;	-Обучающийся не знаком с основными понятиями и определениями и свойствами объектов дискретной математики, не знает основ теории множеств, теории графов, теории кодирования; Не знает логику предикатов и бинарных отношений, Основ комбинаторного анализа, свойств бинарных отношений; свойства операций над множествами; не умеет: выполнять операции над множествами, применять аппарат теории множеств для решения задач, -выполнять операции над предикатами,	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний и умений: основные понятия и определения и свойства объектов дискретной математики, основы теории множеств, основные понятия теории графов, теории кодирования, логику предикатов и бинарных отношений, основы комбинаторного анализа, - свойства бинарных отношений, свойства операций над множествами, выполнение операции над множествами, применение аппарата теории множеств для решения задач, выполнение операции над предикатами,	Обучающийся демонстрирует соответствие следующих знаний и умений: основные понятия и определения и свойства объектов дискретной математики, основы теории множеств, основные понятия теории графов, теории кодирования, логику предикатов и бинарных отношений, основы комбинаторного анализа, - свойства бинарных отношений, свойства операций над множествами, выполнение операции над множествами,	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний и умений: основные понятия и определения и свойства объектов дискретной математики, основы теории множеств, основные понятия теории графов, теории кодирования, логику предикатов и бинарных отношений, основы комбинаторного анализа, - свойства бинарных отношений, свойства операций над множествами, выполнение операции над множествами,

- выполнять операции над предикатами, записывать области истинности предикатов; - находить характеристики графов, выделять структурные особенности графов, исследовать графы на заданные свойства, строить для графов структурные представления заданных типов, применять аппарат теории графов для решения прикладных задач; - выполнять операции над отображениями и подстановками, выделять структурные особенности отображений.	записывать области истинности предикатов, находить характеристики графов, выделять структурные особенности графов, исследовать графы на заданные свойства, строить для графов структурные представления заданных типов, применять аппарат теории графов для решения прикладных задач, - выполнять операции над отображениями и подстановками, выделять структурные особенности отображений.	определять области истинности предикатов, находить характеристики графов, выделять структурные особенности графов, исследовать графы на заданные свойства, строить для графов структурные представления заданных типов, применять аппарат теории графов для решения прикладных задач, выполнять операции над отображениями и подстановками, выделять структурные особенности отображений.	применение аппарата теории множеств для решения задач, выполнение операции над предикатами, определять области истинности предикатов, находить характеристики графов, выделять структурные особенности графов, исследовать графы на заданные свойства, строить для графов структурные представления заданных типов, применять аппарат теории графов для решения прикладных задач, выполнять операции над отображениями и подстановками, выделять структурные особенности отображений.	применение аппарата теории множеств для решения задач, выполнение операции над предикатами, определять области истинности предикатов, находить характеристики графов, выделять структурные особенности графов, исследовать графы на заданные свойства, строить для графов структурные представления заданных типов, применять аппарат теории графов для решения прикладных задач, выполнять операции над отображениями и подстановками, выделять структурные особенности отображений.
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### Шкалы оценивания результатов аттестации и их описание:

#### Форма аттестации: экзамен.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков, приведенных в таблицах показателей, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное, правильное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, либо если при этом были допущены 2-3 несущественные ошибки.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, в котором освещена основная, наиболее важная часть материала, но при этом допущена одна значительная ошибка или неточность.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков, приведенных в таблицах показателей, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

### 7.3 Оценочные средства

#### 7.3.1. Домашняя работа

1	Для данного неориентированного графа написать маршрут, цепь, простую цепь, цикл, простой цикл, матрицу смежностей (соседства вершин) и матрицу инцидентий (принадлежности вершин и ребер). Преобразовать данный неориентированный граф в ориентированный и написать для него ормаршрут, путь, простой путь, контур, простой контур, матрицу смежностей и матрицу инцидентий.
2	Найти кратчайший путь между вершинами $s=v_1$ , $t=v_4$ в нагруженном связном ориентированном графе $G = (V, E) = (V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}, E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_7), (v_1, v_8), (v_1, v_9), (v_2, v_3), (v_2, v_7), (v_2, v_9), (v_3, v_4), (v_3, v_6), (v_3, v_9), (v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_4, v_7), (v_5, v_6), (v_6, v_7), (v_6, v_8), (v_6, v_9), (v_7, v_9), (v_8, v_9)\})$ . Вес $w_{ij}$ ребра $\{v_i, v_j\}$ или дуги $(v_i, v_j)$ равен $N(i^2 + j^2) + i^2 + j^2 + i + j$ по модулю 10 (остаток от деления $w_{ij}$ на 10). $N$ есть номер варианта. Неориентированные ребра (проходимые в обоих направлениях) указаны в фигурных скобках. Ориентированные ребра указаны в круглых скобках. Третья координата ребра есть его вес.
3	Проверить, является ли граф из задачи 1 эйлеровым (если граф не эйлеров, то достроить его до эйлерова графа) и найти в нем эйлеров цикл. Взять номер варианта, под которым стоит фамилия студента в аудиторном журнале.
4	В ненагруженном графе $G$ из задачи 1 с помощью алгоритма удаления циклических ребер найти фундаментальную систему циклов и соответствующие множество хорд, каркас, все фундаментальные сечения (разрезы).
5	В ненагруженном графе $G$ из задачи 1 с помощью алгоритма надстраивания ребер найти каркас и соответствующие множество хорд, фундаментальную систему циклов, все фундаментальные сечения (разрезы).
6	В нагруженном графе $G$ из задачи 1 найти кратчайший (наименьший по весу) каркас и соответствующие множество хорд, фундаментальную систему циклов, все фундаментальные сечения (разрезы). Вес $w_{ij}$ неориентированного ребра $(v_i, v_j)$ с $i < j$ равен $N(i^2 + j^2) + i^2 + j^2 + i + j$ по модулю 10 (остаток от деления $w_{ij}$ на 10). $N$ есть номер варианта.
7	В данном двудольном графе $G = \{U, V, E\}$ , $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ , $V = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7\}$ , $E = \{(x_1, y_1), (x_1, y_2), (x_1, y_5), (x_2, y_1), (x_2, y_3), (x_2, y_5), (x_3, y_1), (x_3, y_6),$

	(x4, y3), (x4, y4), (x4, y6), (x4, y7), (x5, y5), (x5, y7), (x6, y4), (x6, y6), (x6, y7)}. найти совершенное паросочетание. Если его нет, то указать получившееся максимальное паросочетание.
8	Для указанных множеств найти систему различных представителей. $A_1 = \{1,2,5\}$ , $A_2 = \{1,3,5\}$ , $A_3 = \{1,6\}$ , $A_4 = \{3,4,6,7\}$ , $A_5 = \{5,7\}$ , $A_6 = \{4,6,7\}$ .
9	Построить наибольшее по весу совершенное паросочетание в полном двудольном графе $G = (X, Y, E)$ , $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ , $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ , $E = \{e_{ij} = (x_i, y_j) : i=1,2,3,4; j=1,2,3,4\}$ . с весами ребер, заданными в $4 \times 4$ -матрице $A = [a_{ij}]$ , где вес $a_{ij}$ ребра $e_{ij} = (x_i, y_j)$ равен $N \cdot (i^2 + j^2) + i^2 + j^2 + i + j$ по модулю 10 (остаток от деления $w_{ij}$ на 10). N есть номер варианта.
10	Построить плоское изображение графа, если это возможно.
11	В заданном неориентированном графе G из задачи 10 найти все максимальные и все наибольшие внутренне устойчивые (независимые) множества вершин.
12	В заданном ориентированном графе G из задачи 11 найти все максимальные и все наибольшие внутренне устойчивые (независимые) множества вершин.
13	В заданном неориентированном графе из задачи 10 найти все минимальные и все наименьшие внешне устойчивые (доминирующие) множества вершин.
14	В заданном ориентированном графе G из задачи 11 найти все минимальные и все наименьшие внешне устойчивые (доминирующие) множества вершин.
15	Найти хроматическое число графа и оптимальную раскраску графа G из задачи 1.
16	Найти максимальный поток и минимальный разрез между вершинами s и t в транспортной сети с ориентированным графом $G = (V, E)$ , где $V = \{s, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, t\}$ , считаем, что $s = 0$ , $t = 14$ . $E = \{(s, 1), (s, 2), (s, 3), (1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 6), (2, 9), (3, 2), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 8), (4, 11), (5, 8), (5, 10), (6, 1), (7, 10), (7, t), (8, t), (8, 9), (8, 12), (9, 6), (9, 10), (9, t), (10, t), (11, 1), (11, 12), (12, 13), (13, 8), (13, t)\}$ . Вес $w_{ij}$ дуги $(i, j)$ равен $\text{mod}(N \cdot (i^2 + j^2) + i^2 + j^2 + i + j, 10) + 5$ , где $\text{mod}(a, 10)$ есть остаток при делении a на 10. N есть номер варианта.
17	Найти число ожерелий, которые можно составить из семи бусин не более чем m цветов. Число цветов m равно числу букв в фамилии студента. Вершины обозначить буквами фамилии студента. Недостающие буквы взять из алфавита. Не должно быть повторов букв.
18	Найти число различных раскрасок вершин многогранника M в не более чем m цветов. Многогранник M составлен из двух одинаковых правильных четырехугольных пирамид с общим основанием и вершинами, расположенными по разные стороны от основания. Боковые грани есть равнобедренные неравносторонние треугольники. Число цветов m равно числу букв в фамилии студента. Вершины пометить буквами фамилии. Недостающие буквы взять из алфавита. Не должно быть повторов букв.
19	По данному дереву T найти код C Прюфера. Затем по коду C найти ему соответствующее дерево T.
20	Найти решение линейного неоднородного рекуррентного уравнения с постоянными коэффициентами.



Задача 21.1. Преподаватель принимает зачет в группе из  $N+10$  человек.

Найти число вариантов очередности опроса студентов.  $N$  есть номер фамилии студента в аудиторном журнале. Ответ.  $P(N+10)$ .

Задача 21.2. В каталоге библиотеки приведены наименования  $N+100$  различных журналов. Найти число способов выбора пяти попарно различных журналов? Ответ.  $C(N+10, 5)$ .

Задача 21.3. У англичан принято давать детям несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если ему дают три имени, а общее число имен равно  $N+300$ ? Способы, отличающиеся лишь порядком имен, считать различными. Ответ.  $A(N+300, 3)$ .

Задача 21.4. Сколькими способами можно выбрать 7 делегатов на конференцию от коллектива в  $N + 200$  человек? Ответ.  $C(N+200, 7)$ .

Задача 21.5. Группа из  $N + 10$  студентов должна сдать 5 экзаменов. Каково число возможных расписаний сдачи экзаменов? Ответ. 5!

Задача 21.6. В районе имеется  $N + 10$  памятников. Время позволяет осмотреть только 3 из них. Укажите число возможных маршрутов. Порядок прохождения маршрутов существенен. Ответ.  $A(N+10, 3)$ .

Задача 21.7. Студентам предложено на выбор  $N + 5$  гуманитарных курсов. Сколькими способами студент может выбрать 3 из них? Ответ.  $C(N+5, 3)$ .

Задача 21.8. Сколькими способами можно рассадить  $N + 20$  студентов (по одному за каждым компьютером) в дисплейном классе, оснащенном 20 компьютерами? Номера компьютеров существенны. Ответ.  $A(N+20, 20)$ .

Задача 21.9. В соревновании участвуют  $N + 15$  спортсменов. Укажите число вариантов очередности их выступления. Ответ.  $P(N+15)$ .

Задача 21.10. В отделе работает  $N + 12$  сотрудников, которые могут уходить в отпуск только по одному. Сколько вариантов распределения отпусков в год возможно? Ответ.  $A(N+12, 12)$ .

Задача 21.11. В киоске имеется  $N + 10$  сортов мороженого одинаковой стоимости. Сколькими способами можно купить 3 порции мороженого попарно различных сортов? Ответ.  $C(N+10, 3)$ .

Задача 21.12. Группа из  $N + 23$  человека должна выполнить лабораторную работу. Сколькими способами можно разбить группу на бригады по 3 человека в бригаде? Ответ.  $C(N+23, 3)$ .

Задача 21.13. Составить график отпусков на январь, февраль, март. В январе в отпуск должны уйти  $r=N + 10$  человек, в феврале  $s = N + 8$ , в марте  $t = N + 15$ . Сколькими способами можно составить график, если в отделе  $n = 150$  человек?

Задача 21.14. Сколькими способами путем выбора из  $n = N + 100$  человек можно составить комиссию, состоящую из  $r = 1$  председателя,  $s = 3$  заместителей и  $t = 5$  рядовых членов?

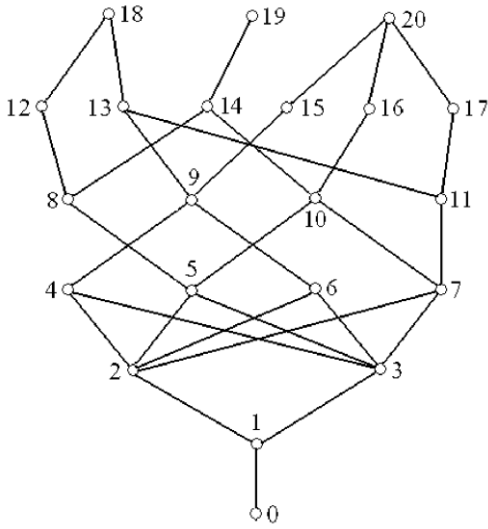
Задача 21.15. Для премирования  $n = N + 12$  сотрудников куплены следующие книги: “Памятники Москвы”,  $r = 3$  экземпляра, “Фонтаны Петергофа”,  $s = 4$  экземпляра, “Вологодские кружева”,  $t = 5$  экземпляров. Сколькими способами можно распределить книги?

Задача 21.16. На  $n = N + 100$  сотрудников выделено 11 путевок:  $r = 2$  в санаторий “Дорохово”,  $s = 5$  в санаторий “Энергия”,  $t = 4$  в санаторий “Звенигород”. Сколькими способами можно распределить путевки?

Задача 21.17. Для охраны здания требуется наряд из 8 человек.  $r = 2$  из них – для охраны входа,  $s = 2$  для охраны сейфа и архива,  $t = 4$  для патрулирования. Сколькими способами можно сформировать такой наряд, имея  $n = N + 20$  человек?

Задача 21.18. В учреждении  $n = N + 300$  сотрудников. Сколько вариантов назначения администрации возможно, если администрация должна состоять из  $r = 1$  директора,  $s = 1$  главного инженера и  $t = 3$  заместителей?

	<p>Задача 21.19. Для охраны здания надо выделить наряд из 8 человек: <math>r = 2</math> для охраны входа, по одному: <math>s = 1 + 1 = 2</math> для охраны сейфа и архива (с учетом распределения обязанностей), <math>t = 4</math> для патрулирования. Сколькими способами можно выделить такой наряд имея в распоряжении <math>n = N + 20</math> человек?</p> <p>Задача 21.20. Сколькими способами можно распределить 6 именных стипендий между <math>N + 100</math> отличниками, если имеется 1 стипендия имени М1, 2 стипендии имени М2, 3 стипендии имени М3?</p>
22	<p>Задача 22.21. В некотором языке программирования имя переменной может состоять из <math>n = N + 7</math> десятичных цифр и латинских букв, причем имя переменной может быть любой последовательностью из букв и цифр (с повторами символов) любой длины <math>l</math>, <math>1 \leq l \leq n</math>. Сколько различных имен переменных возможно в этом языке?</p> <p>Задача 22.22. <math>N + 5</math> мальчиков и <math>N + 5</math> девочек с попарно различными именами должны быть рассажены в ряд. Сколькими способами можно это сделать, если</p> <p>а) все мальчики должны сидеть на самых левых местах?  б) никакие два мальчика не должны сидеть рядом?  с) Маша и Петя должны сидеть рядом?</p> <p>Задача 22.23. Сколькими способами можно расставить <math>N + 10</math> мальчиков и <math>N + 5</math> девочек так, чтобы никакие две девочки не стояли рядом:</p> <p>а) в линию? б) в круг?</p> <p>Задача 22.24. Сколькими способами можно упорядочить <math>N + 30</math> символов так, чтобы между символами <math>N</math> и <math>N + 1</math> стояло ровно 5 других символов?</p> <p>Задача 22.25. а) сколькими способами могут быть упорядочены буквы в слове <i>parallelogram</i>, с приписанной к нему вашей фамилией, записанной в латинице?  б) сколькими способами они могут быть упорядочены, если буквы <math>l</math> не должны стоять рядом?</p> <p>Задача 22.26. Пусть повторения цифр запрещены. Сколько <math>(N + 4)</math>-разрядных чисел могут быть сформированы из цифр 2, 3, 5, 6, 8, 9, если:</p> <p>а) ограничений нет; б) числа меньше 500; в) числа четные; г) числа нечетные; д) числа делятся на 3; е) числа делятся либо только на 2, либо только на 3; ж) числа делятся на 2 или на 3; з) числа делятся одновременно на 2 и на 3.</p> <p>Задача 22.26.1. Пусть повторения цифр не запрещены. Сколько <math>(N + 4)</math>-разрядных чисел могут быть сформированы из цифр 2, 3, 5, 6, 8, 9, если:</p> <p>а) ограничений нет; б) числа меньше <math>5 \cdot 10^{N+24}</math>; в) числа четные; г) числа нечетные; д) числа, имеющие в своей десятичной записи <math>N</math> двоек, не имеющие пятерок и восьмерок и делящиеся на 3?</p> <p>Задача 22.27. В анкете предлагается <math>N + 15</math> вопросов, на которые можно ответить “да”, “нет”, “затрудняюсь ответить”. Сколькими способами можно ответить на вопросы анкеты?</p> <p>Задача 22.28. Палиндром — это слово, которое одинаково читается как слева направо, так и справа налево. Сколько палиндромов из <math>N + 7</math> букв можно составить в латинице, не заботясь о смысле слова?</p> <p>Задача 22.29. Сколько шести-символьных слов можно сформировать из <math>N + 26</math> букв и цифр, если:</p> <p>а) первые два символа есть буквы, а следующие четыре есть цифры?  б) в слове может быть только две буквы, которые не должны стоять в слове рядом.</p>
23	<p>Задача 23. Найти число положительных натуральных чисел не больших <math>1000 + 2N + 1</math>:</p> <p>а) не делящихся ни на одно из чисел 3, 5, 7, 11, 13;  б) делящихся в точности на два числа;</p>

	<p>в) делящихся на не менее чем два числа.  <math>N</math> есть номер фамилии студента в аудиторном журнале.</p>
24	<p>Задача 24. Частично упорядоченное множество <math>(A, \leq)</math>, <math>A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 20\}</math>, задано диаграммой (рис.1.1). Множество <math>B \subseteq A</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Начертить диаграмму для <math>B</math>.</li> <li>2. Найти наибольший и наименьший элементы (универсальные границы в <math>A</math>).</li> <li>3. Найти максимальные и минимальные элементы в <math>A</math>.</li> <li>4. Найти верхний конус для <math>B</math> (множество всех верхних граней для <math>B</math>).</li> <li>5. Найти нижний конус для <math>B</math> (множество всех нижних граней <math>B</math>).</li> <li>6. Найти точную верхнюю грань для <math>B</math>.</li> <li>7. Найти точную нижнюю грань для <math>B</math>.</li> </ol> 

### 7.3.2. Список вопросов для экзамена

1. Операции над множествами, их свойства. Диаграммы Венна-Эйлера.
2. Прямое произведение множеств. Проекции векторов и векторных множеств на оси.
3. Комбинаторика. Правило произведения, правило суммы для 2-х и 3-х множеств (с пояснением).
4. Число размещений без повторов, число размещений с повторениями,
5. Число перестановок без повторов, Число сочетаний без повторов. Решение задач
6. Определение свойств соответствия.
7. отображение, взаимно однозначные соответствия, функции, обратные функции,
8. Счетные множества.
9. Теорема о числе подмножеств конечного множества.
10. Определения свойств бинарного отношения.
11. Отношение эквивалентности. Разбиение на классы эквивалентности.
12. Отношение порядка. Полный и частичный порядок.
13. Бинарные операции: определения, свойства, примеры.
14. Понятие алгебры, подалгебры.
15. Графы. Определения, примеры, способы задания. Примеры.
16. Виды графов. Операции над частями графов. Примеры.
17. Локальные степени вершин. Примеры.
18. Маршруты, цепи, циклы. Расстояния, диаметр, центр, радиус графа. Примеры.

19. Связные компоненты графа. Разделяющие множества и разрезы.
20. Эйлеров граф. Теорема Эйлера. Гамильтонов граф. Примеры.
21. Деревья: определения, примеры. Дерево с корнем. Ветвь. Концевые вершины и ребра. Вершины максимального типа.
22. Характеристические числа графа.
23. Кодирование: определение, примеры алфавитного кодирования множества  $N$ .
24. Оптимальное кодирование. Код Фано. Терема Хаффмена. Код Хаффмена.
25. Коды с исправлением ошибок: декодирование, дублирование символов.
26. Коды с исправлением ошибок: функция Хемминга, код Хемминга.
27. Метод кодирования Хемминга.
28. История возникновения и перспективы развития дискретной математики.
29. Понятия множество, элемент, универсум, подмножество, кортеж.
30. Операции над множествами, мультимножествами и нечёткими множествами.
31. Декартово произведение.  $n - n$  -  $n$ -арное соответствие. Алгебраическая  $n - n$  -  $n$ -арная операция.
32. Понятия отображения и функции. Сюръекция, инъекция и биекция
33. Обратное отображение, композиция отображений и их свойства
34. Неподвижная точка отображения. Метод итераций
35. Алгебраическая система. Чёткие и нечёткие множества.
36. Понятие мощность множества. Способы задания множеств.
37. Наглядное представление задаваемых множеств. Диаграмма Эйлера-Венна. Индикаторы множества.
38. Классификация множеств. Числовые характеристики.
39. Кардинальные и трансфинитные числа.
40. Аксиоматика содержательно (интуитивно) построенных множеств.
41. Парадоксы Рассела и Кантора.
42. Аксиоматика формально построенных теорий множеств.
43. Определение комбинаторного анализа. Классификация комбинаторных задач.
44. Упорядоченные множества. Элементы комбинаторики
45. Треугольник Паскаля. Число Белла. Число Стирлинга.
46. Метод включений и исключений.
47. Задачи, решаемые в комбинаторном анализе, их примеры.
48. Определение соответствий. Бинарные соответствия. Чёткие и нечёткие соответствия.
49. Классификация бинарных соответствий. Примеры интерпретации и способы задания.
50. Таблица Кэли. Операции над соответствиями.
51. Определение бинарного отношения.
52. Специальные бинарные отношения: порядок, эквивалентность.
53. Свойства бинарных отношений.
54. Представление бинарных отношений порядка с помощью диаграмм Хассе.
55. Основные алгебраические системы