

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце: МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФИО: Максимов Алексей Борисович ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
Должность: директор департамента по образовательной политике «МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Дата подписания: 01.11.2023 12:40:26 (МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)  
Уникальный программный ключ:  
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

**УТВЕРЖДАЮ**  
Декан транспортного факультета  
  
М.Н. Лукьянов/

" 30 " августа 2022 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Высшая математика»**

Направление подготовки  
**13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**  
Профиль: Энергоустановки для транспорта и малой энергетики

Квалификация (степень) выпускника  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2022**

Москва 2022

## 1. Цели освоения дисциплины

**Целями** освоения дисциплины - подготовка студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению «Энергетическое машиностроение», а именно:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;

**Задачи** дисциплины:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина входит в блок Б.1 «Обязательная часть», подраздел Б1.1.11

Данная дисциплина преподается на 1-м курсе, опирается на результаты ЕГЭ и ключевые образовательные компетенции, полученные в средней общеобразовательной школе.

Знания, умения, навыки, сформированные данной дисциплиной будут востребованы при изучении таких дисциплин как: «Конструирование и расчет ДВС», «Конструирование, динамика и прочность энергетических машин и установок», «Рабочие процессы в ДВС и их системах».

Знания, умения, навыки, сформированные данной дисциплиной, будут востребованы при прохождении преддипломной практики и сдачи государственной итоговой аттестации.

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### Планируемые результаты освоения дисциплины

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-3.	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	<b><u>ЗНАТЬ</u></b> физико-математический аппарат при решении профессиональных задач методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач методику теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач <b><u>УМЕТЬ</u></b> Использовать физико-математический аппарат при решении профессиональных задач Применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач Использовать методику теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач <b><u>ВЛАДЕТЬ</u></b> Навыками использования физико-математического аппарата при решении профессиональных задач Навыками применения методов анализа и моделирования при решении профессиональных задач

		Навыками использования методик теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач
--	--	--

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении студентами дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение студентами необходимыми компетенциями. Результат аттестации студентов на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций студентами. Этапность формирования компетенций прямо связана с местом дисциплины в образовательной программе.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Дисциплина читается на 1 и 2 семестре

Промежуточная аттестация – экзамен (1 семестр), зачет (2 семестр)

Общая трудоемкость дисциплины - 6 зачетных единиц

Общее количество часов по структуре - 216

Количество аудиторных часов - 108

Количество часов самостоятельной работы - 108

Количество часов лекций - 54

Количество часов лабораторных занятий – 0

Количество часов семинаров и практических занятий - 54

##### 4.1 Содержание лекционного курса дисциплины

###### 1 семестр

###### Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины.

Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

###### Раздел 1. Элементы линейной алгебры

###### Тема 1.1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

###### Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

###### Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

###### Раздел 2. Элементы векторной алгебры

**Тема 2.1.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

**Тема 2.2.** Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

**Тема 2.3.** Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

### **Раздел 3. Кривые второго порядка**

Эллипс, парабола, гипербола, их свойства и уравнения. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

### **Раздел 4. Элементы математического анализа**

**Тема 4.1.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

**Тема 4.2.** Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

**Тема 4.3.** Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

**Тема 4.4.** Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

**Тема 4.5.** Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

**Тема 4.6.** Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

**Тема 4.7.** Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

## **2 семестр**

### **Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**Тема 5.1.** Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

**Тема 5.2.** Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

### **Раздел 6. Интегральное исчисление**

**Тема 6.1.** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

Метод интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.

Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

**Тема 6.2.** Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов).

**Тема 6.3.** Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

**Тема 6.4.** Задачи, приводящие к понятиям кратных и криволинейных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием. Приложения кратных интегралов в геометрии и механике. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода, их свойства и вычисления.

## **Раздел 7. Числовые и функциональные ряды**

**Тема 7.1.** Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства числовых рядов. Знакоположительные ряды. Гармонический ряд. Признаки сравнения.

Методы исследования сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

**Тема 7.2.** Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Обобщенные признаки Даламбера и Коши.

**Тема 7.3.** Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

**Тема 7.4.** Ряды Тейлора и Маклорена. Условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение некоторых функций в ряд Тейлора. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

## **Раздел 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Тема 8.1.** Дифференциальные уравнения первого порядка. Введение. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши.

### **4.2 Содержание практических занятий**

#### **1 семестр**

**Элементы линейной алгебры.** Матрицы и определители. Операции над матрицами. Транспонированная матрица. Определители, их свойства и вычисления.

#### **Обратная матрица.**

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

#### **Элементы векторной алгебры**

**Тема 2.1.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов.

**Тема 2.2.** Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

### **Раздел 3. Кривые второго порядка**

Эллипс, парабола, гипербола, их свойства и уравнения. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

**Тема 4.3.** Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных.

**Тема 4.4.** Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

**Тема 4.6.** Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

## 2 семестр

**Тема 5.1.** Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные.

Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

**Тема 6.1.** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

**Тема 6.2.** Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования.

**Тема 6.3.** Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

Приложения кратных интегралов в геометрии и механике. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода, их свойства и вычисления.

Гармонический ряд. Признаки сравнения.

Методы исследования сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

**Тема 7.3.** Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

Разложение некоторых функций в ряд Тейлора. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши.

### 4.3 Содержание лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены.

### 4.4 Примерная тематика курсового проекта (курсовой работы)

Курсовой проект (курсовая работа) не предусмотрен.

### 4.5 Темы для самостоятельной работы студентов

1. Элементы линейной алгебры- матрицы и определители.
2. Элементы векторной алгебры.
3. Элементы математического анализа.
4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.
5. Интегральное исчисление.
6. Числовые и функциональные ряды.
7. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
8. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление.
9. Теория вероятностей.
10. Математическая статистика.

## 5. Образовательные технологии

Методика преподавания дисциплины «Высшая и прикладная математика» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ ;
- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.
- подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;

- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
  - проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru*, *fero.ru*;
  - использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования; итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.
- Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Математика» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 28% от объема аудиторных занятий.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

В процессе обучения на первом и втором курсах используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

### **в первом семестре**

- две расчетно-графические работы.

#### **Расчетно-графическая работа №1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии.** Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

*Первый этап.*

Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

*Второй этап.*

Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

#### **Расчетно-графическая работа №2 по математическому анализу.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы: Предел числовой последовательности, предел функции. Исследование функции на непрерывность. Вычисление производных функции.

Исследование функции, построение графиков.

### **Во втором семестре**

- три расчетно-графические работы.

#### **Расчетно-графическая работа № 3 по функциям нескольких переменных.**

Краткое содержание расчетно-графической работы:

Функции нескольких переменных. Частные производные. Производные от сложных функций. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

#### **Расчетно-графическая работа № 4 по интегральному исчислению.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

*Первый этап:*

Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.

*Второй этап:*

Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

#### **Расчетно-графическая работа № 5 по рядам.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

*Первый этап:*

Исследование сходимости числовых рядов.

### *Второй этап:*

Исследование сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.

Разложение в ряд Фурье периодических и непериодических функций.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Фонд оценочных средств по дисциплине является неотъемлемой частью настоящей рабочей программы и представлен отдельным документом в приложении 2.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### ***а) Основная литература:***

1. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 2. Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.(. Миносцев [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30425>. — Загл. с экрана.

2. Сборник индивидуальных заданий по математике для технических высших учебных заведений. Часть 1 [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.(. Миносцев [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/32815>. — Загл. с экрана.

3. Михеев, В.И. Высшая математика, краткий курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 196 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59530>. — Загл. с экрана.

### ***б) Дополнительная литература:***

1. Мышкис, А.Д. Математика для технических ВУЗов. Специальные курсы [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 640 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/282>. — Загл. с экрана.

2. Мышкис, А.Д. Лекции по высшей математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 688 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/281>. — Загл. с экрана.

3. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/306>. — Загл. с экрана.

4. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/306>. — Загл. с экрана.

### ***в) Информационное обеспечение дисциплины:***

Для освоения дисциплины рекомендуются следующие сайты информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

- официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии: [www.gost.ru](http://www.gost.ru);

- сайт, содержащий полные тексты нормативных документов: [www.opengost.ru](http://www.opengost.ru).

К информационным технологиям, используемым при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, относятся:

- контроль качества знаний в форме тестирования;

- активное использование средств коммуникаций: электронная почта и тематическое сообщество в социальной сети.



Для оформления пояснительных записок рекомендуется использовать текстовый редактор MS Word (MS Office 2007, 2010).

Для набора формул при оформлении пояснительных записок рекомендуется использовать редактор формул Microsoft Equation 3.0.

Перечень информационных систем:

1. Научная библиотека Московского политехнического университета.  
<http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog>

База данных содержит в себе 102678 учебных материалов различной направленности 1939 из которых полнотекстовые. Доступ к электронному каталогу можно получить с любого устройства, имеющим подключение к интернету.

2. Электронный каталог БиЦ МГУП.

<http://mgup.ru/library/>

Электронный каталог позволяет производить поиск по базе данных библиотеки МГУП.

3. ЭБС издательства «ЛАНЬ».

<https://e.lanbook.com/>

ЭБС «ЛАНЬ» - ресурс, предоставляющий online-доступ к научным журналам и полнотекстовым коллекциям книг различных издательств.

Доступ к ЭБС издательства «ЛАНЬ» осуществляется со всех компьютеров университета.

4. ЭБС «Polpred».

<http://polpred.com/news>

ЭБС представляет собой архив важных публикаций, собираемых вручную. База данных с рубрикаторм: 53 отрасли/ 600 источников/ 9 федеральных округов РФ/ 235 стран и территорий/ главные материалы/ статьи и интервью 8000 первых лиц. Для доступа к полным текстам ЭБС с компьютеров на территории учебных корпусов университета авторизация не требуется.

5. «КиберЛенинка» - научная библиотека открытого доступа.

<http://cyberleninka.ru/>

Это научная электронная библиотека открытого доступа (Open Access).

Библиотека комплектуется научными статьями, публикациями в журналах России и ближнего зарубежья. Научные тексты, представленные в библиотеке, размещаются в интернете бесплатно, в открытом доступе. Пользователям библиотеки предоставляется возможность читать научные работы с экрана планшета, мобильного телефона и других современных мобильных устройств.

6. Научная электронная библиотека «eLIBRARY.RU».

<http://elibrary.ru/defaultx.asp>

Крупнейшая в России электронная библиотека научных публикаций, обладающая богатыми возможностями поиска и анализа научной информации. Библиотека интегрирована с Российским индексом научного цитирования (РИНЦ) - созданным по заказу Минобрнауки РФ бесплатным общедоступным инструментом измерения публикационной активности ученых и организаций.

7. Реферативная и наукометрическая электронная база данных «Scopus».

<https://www.scopus.com/home.uri>

Индексирует не менее 20500 реферируемых научных журналов, которые издаются не менее чем 5000 издательствами и содержат не менее 47 млн. библиографических записей, из которых не менее 24 млн. включают в себя списки цитируемой литературы.

8. База данных «Knovel» издательства «Elsevir».

<https://app.knovel.com/web/>

Полнотекстовая база данных для поиска инженерной информации и поддержки принятия инженерных решений.

Доступ к электронным базам данных «Scopus» и «Knovel» осуществляется круглосуточно через сеть Интернет в режиме он-лайн по IP-адресам, используемым университетом для выхода в сеть Интернет.

9. Поисковые интернет-системы: Google, Yandex, Yahoo, Mail, Rambler, Bing и др.

Информационная система предоставляет свободный доступ к каталогу образовательных Интернет-ресурсов и полнотекстовой электронной учебно- методической библиотеке для общего и профессионального образования. Доступ с любого компьютера, подключенного к Интернет.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения учебных занятий используются:

- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

## **9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов**

Эффективное освоение дисциплины предполагает регулярное посещение всех видов аудиторных занятий, выполнение плана самостоятельной работы в полном объеме и прохождение аттестации в соответствии с календарным учебным графиком.

Студенту рекомендуется ознакомиться со списком основной и дополнительной литературы и взять в библиотеке издания в твёрдой копии (необходимо иметь при себе читательский билет и уметь пользоваться электронным каталогом).

Доступ к информационным ресурсам библиотеки и информационно-справочным системам сети «Интернет» организован в читальных залах библиотеки со стационарных ПЭВМ, либо с личного ПЭВМ (ноутбука, планшетного компьютера или иного мобильного устройства) посредством беспроводного доступа при активации индивидуальной учетной записи.

Пользование информационными ресурсами расширяет возможности освоения теоретического курса, выполнения самостоятельной работы и позволяет получить информацию для реализации творческих образовательных технологий: выполнения реферата на заданную или самостоятельно выбранную тему в рамках тематики дисциплины.

Для выполнения практических (лабораторных) работ студенту рекомендуется предварительно ознакомиться с теоретическими сведениями, изложенными в учебно-методическом пособии и дополнительных источниках, при выполнении работы следовать рекомендованному порядку выполнения работы и указаниям преподавателя, соблюдать технику безопасности, содержать рабочее место в чистоте и бережно относиться к оборудованию. Ведение конспекта лекций проверяется преподавателем.

При выполнении самостоятельной работы студенту рекомендуется изучить теоретические сведения по темам заданий, следовать рекомендациям, изложенным в учебно-методических пособиях, предоставлять преподавателю промежуточные и окончательные результаты в процессе контактной работы на занятиях.

## **10. Методические рекомендации для преподавателя**

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки бакалавров **13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**

**Программу составили:**

профессор, д.ф.-м.н.  
доцент, к.ф.-м.н.

 / Е.А.Коган /  
 / Г.С.Жукова /

**Программа утверждена на заседании кафедры «Математика»**

«24» июня 2022 г., протокол № 86

**Заведующий кафедрой**

Проф., д.ф.м.н.

 / Г.С.Жукова /

**Программа утверждена на заседании кафедры «Энергоустановки для транспорта и малой энергетики»**

«27» августа 2022 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой  
Доцент, к. т. н.



/А.В. Костюков/

Руководитель образовательной программы



/А.А. Дементьев/

*Приложение 2  
к рабочей программе*

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Направление подготовки: 13.03.03 «Энергетическое машиностроение»

Профиль: Энергоустановки для транспорта и малой энергетики

Форма обучения: очная

Год набора 2022

Кафедра: Математика

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Высшая математика

Состав:

1. Общие положения
2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

4. Оценочные средства

Составители:

Е.А.Коган

Г.С. Жукова

Москва 2022 г.

## 1. Общие положения

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрен фонд оценочных средств (ФОС), позволяющий оценить достижение запланированных результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций. Фонд оценочных средств состоит из комплектов контрольно-оценочных средств. Комплекты контрольно-оценочных средств включают в себя контрольно-оценочные материалы, позволяющие оценить знания, умения и уровень приобретенных компетенций.

## 2. Перечень компетенций формируемых в процессе освоения дисциплины.

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются следующие компетенции:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-3.	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении студентами дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение студентами необходимыми компетенциями. Результат аттестации студентов на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций студентами.

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплины.

## 3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

### Критерии определения сформированности компетенций на различных этапах их формирования

Уровни	Содержание	Проявления
Минимальный	Обучающийся обладает необходимой системой знаний и владеет некоторыми умениями	Обучающийся способен понимать и интерпретировать освоенную информацию, что является основой успешного формирования умений и навыков для решения практикоориентированных задач
Базовый	Обучающийся демонстрирует результаты на уровне осознанного владения учебным материалом и учебными умениями, навыками и способами деятельности	Обучающийся способен анализировать, проводить сравнение и обоснование выбора методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях
Продвинутый	Достигнутый уровень является основой для формирования общекультурных и профессиональных компетенций, соответствующих требованиям ФГОС.	Обучающийся способен использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения в нестандартных практикоориентированных ситуациях

Поскольку практически учебная дисциплина призвана формировать сразу несколько компетенций, критерии оценки целесообразно формировать в два этапа.

**1-й этап:** определение критериев оценки отдельно по каждой формируемой компетенции. Сущность 1-го этапа состоит в определении критериев для оценивания отдельно взятой ком-

петенции на основе продемонстрированного обучаемым уровня самостоятельности в применении полученных в ходе изучения учебной дисциплины, знаний, умений и навыков.

**2-й этап:** определение критериев для оценки уровня обученности по учебной дисциплине на основе комплексного подхода к уровню сформированности всех компетенций, обязательных к формированию в процессе изучения предмета. Сущность 2-го этапа определения критерия оценки по учебной дисциплине заключена в определении подхода к оцениванию на основе ранее полученных данных о сформированности каждой компетенции, обязательной к выработке в процессе изучения предмета. В качестве основного критерия при оценке обучаемого при определении уровня освоения учебной дисциплины наличие сформированных у него компетенций по результатам освоения учебной дисциплины.

### **Показатели оценивания степени сформированности компетенции и уровня освоения дисциплины. Шкалы оценивания.**

Показатели оценивания степени сформированности компетенции			
Показатели оценивания компетенций и шкалы оценки Оценка «неудовлетворительно» (не зачтено) или отсутствие сформированности компетенции	Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкий уровень освоения компетенции	Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции
<p>Неспособность обучаемого самостоятельно продемонстрировать наличие знаний при решении заданий, которые были представлены преподавателем вместе с образцом их решения, отсутствие самостоятельности в применении умения к использованию методов освоения учебной дисциплины и неспособность самостоятельно проявить навык повторения решения поставленной задачи по стандартному образцу свидетельствуют об отсутствии сформированной компетенции. Отсутствие подтверждения наличия сформированности компетенции свидетельствует об отрицательных результатах освоения учебной дисциплины</p>	<p>Если обучаемый демонстрирует самостоятельность в применении знаний, умений и навыков к решению учебных заданий в полном соответствии с образцом, данным преподавателем, по заданиям, решение которых было показано преподавателем, следует считать, что компетенция сформирована, но ее уровень недостаточно высок. Поскольку выявлено наличие сформированной компетенции, ее следует оценивать положительно, но на низком уровне</p>	<p>Способность обучающегося продемонстрировать самостоятельное применение знаний, умений и навыков при решении заданий, аналогичных тем, которые представлял преподаватель при потенциальном формировании компетенции, подтверждает наличие сформированной компетенции, причем на более высоком уровне. Наличие сформированной компетенции на повышенном уровне самостоятельности со стороны обучаемого при ее практической демонстрации в ходе решения аналогичных заданий следует оценивать как положительное и устойчиво закрепленное в практическом навыке</p>	<p>Обучаемый демонстрирует способность к полной самостоятельности (допускаются консультации с преподавателем по сопутствующим вопросам) в выборе способа решения неизвестных или нестандартных заданий в рамках учебной дисциплины с использованием знаний, умений и навыков, полученных как в ходе освоения данной учебной дисциплины, так и смежных дисциплин, следует считать компетенцию сформированной на высоком уровне. Присутствие сформированной компетенции на высоком уровне, способность к ее дальнейшему саморазвитию и высокой адаптивности практического применения к изменяющимся условиям профессиональной задачи</p>
Показатели оценивания уровня освоения дисциплины			

<p>Уровень освоения дисциплины, при котором у обучающегося не сформировано более 50% компетенций. Если же учебная дисциплина выступает в качестве итогового этапа формирования компетенций (чаще всего это дисциплины профессионального цикла) оценка «неудовлетворительно» должна быть выставлена при отсутствии сформированности хотя бы одной компетенции</p>	<p>При наличии более 50% сформированных компетенций по дисциплинам, имеющим возможность до-формирования компетенций на последующих этапах обучения. Для дисциплин итогового формирования компетенций естественно выставлять оценку «удовлетворительно», если сформированы все компетенции и более 60% дисциплин профессионального цикла «удовлетворительно»</p>	<p>Для определения уровня освоения промежуточной дисциплины на оценку «хорошо» обучающийся должен продемонстрировать наличие 80% сформированных компетенций, из которых не менее 1/3 оценены отметкой «хорошо». Оценивание итоговой дисциплины на «хорошо» обуславливается наличием у обучающегося всех сформированных компетенций причем общепрофессиональных компетенции по учебной дисциплине должны быть сформированы не менее чем на 60% на повышенном уровне, то есть с оценкой «хорошо».</p>	<p>Оценка «отлично» по дисциплине с промежуточным освоением компетенций, может быть выставлена при 100% подтверждении наличия компетенций, либо при 90% сформированных компетенций, из которых не менее 2/3 оценены отметкой «хорошо». В случае оценивания уровня освоения дисциплины с итоговым формированием компетенций оценка «отлично» может быть выставлена при подтверждении 100% наличия сформированной компетенции у обучающегося, выполнены требования к получению оценки «хорошо» и освоены на «отлично» не менее 50% общепрофессиональных компетенций</p>
--	---	---	---

Положительная оценка по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«отлично»	студент должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; продемонстрировать умения самостоятельной работы с нормативно-правовой литературой; уметь сделать выводы по излагаемому материалу
«хорошо»	студент должен: продемонстрировать достаточно полное знание материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; продемонстрировать умение ориентироваться в нормативно-правовой литературе; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу
«удовлетворительно»	студент должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;
«неудовлетворительно»	ставится в случае: незнания значительной части программного материала; не владения понятийным аппаратом дисциплины; существенных ошибок при изложении учебного материала; неумения строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; неумения делать выводы по излагаемому материалу.

### Общие сведения по текущему контролю и промежуточной аттестации.

- Контактная работа с обучающимися во время аудиторных занятий в форме лекций, и семинарских работ.
- Самостоятельное изучение теоретического курса, подготовка к семинарским работам
- Чтение лекций с иллюстрациями на меловой доске и ведение конспекта обучающимися с последующей проверкой конспекта.



- Демонстрация слайдов презентаций и видеороликов посредством мультимедийного оборудования

- Освоение теоретического курса по интернетресурсам и информационно-справочным системам.

- самостоятельное освоение теоретического курса по учебникам, учебно-методическим пособиям.

Критерии прохождения студентами текущего контроля следующие. При текущем контроле успеваемости обучающихся применяется пятибалльная система оценивания в виде отметки в баллах: 5 – «отлично», 4 – «хорошо», 3 – «удовлетворительно», 2 – «неудовлетворительно».

Результаты текущего контроля успеваемости учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации. Отставание студента от графика текущего контроля успеваемости по изучаемой дисциплине приводит к образованию текущей задолженности.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных профессиональных компетенций. Заканчивается зачетом на 1 семестре и экзаменом на 2 семестре.

**Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости в контрольной точке 1 (6-я и 12 неделя, ОПК-2). Вопросы для собеседования со студентами (КТ1,2)(УО,Э,З)**

**ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталю.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

## **ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.

5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

## **ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

### **Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы,**

1. Двойной интеграл, определение и свойства.
2. Правила вычисления двойного интеграла.
3. Некоторые приложения двойного интеграла (к вычислению площадей, объемов, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести).
4. Тройной интеграл, определение и свойства.

5. Криволинейный интеграл первого типа .
6. Криволинейный интеграл второго типа.
7. Необходимое и достаточное условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
8. Формула Грина.
9. Поверхностный интеграл первого типа.
10. Элементы теории поля, поверхностный интеграл второго типа.

## РЯДЫ

1. Числовые положительные ряды. Понятие суммы бесконечного ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
2. Необходимый признак сходимости, теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.
4. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость.
5. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
6. Функциональные ряды, равномерная сходимость, признак Вейерштрасса.
7. Степенные ряды, теорема Абеля, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
8. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.
9. Разложение в ряд Тейлора некоторых функций (табличные разложения).
10. Применение ряда Тейлора к приближенным вычислениям.

## ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.
2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.

13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.

15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида

$$f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}, \quad f(x) = M \cos \beta x + N \sin \beta x,$$
$$y(x) = P(x)e^{\alpha x} \cos \beta x + Q(x)e^{\alpha x} \sin \beta x.$$

1. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.

2. Постановка и решение задачи на собственные значения.

3. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения  $n$ -го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

## ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

2. Комплексные числа. Определение, формы записи и действия над ними.

3. Определение функции комплексной переменной. Понятие функции комплексной переменной как отображения.

4. Определение и свойства основных элементарных функций комплексной переменной.

5. Логарифмическая функция комплексной переменной.

6. Непрерывность и дифференцируемость функции комплексной переменной. Условия Коши – Римана. Понятие аналитической функции.

7. Определение и свойства интегралов от функций комплексной переменной.

8. Теорема Коши для односвязной области.

9. Теорема Коши для сложного контура.

10. Интегральная формула Коши. Вычисление контурных интегралов с помощью интегральной формулы Коши.

11. Интегральное представление производной от аналитической функции.

12. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда в комплексной области.

13. Теорема о разложении функции комплексной переменной в ряд Тейлора. Различные формы записи ряда Тейлора. Область и радиус сходимости ряда Тейлора.

14. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.

15. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.

16. Классификация особых точек аналитической функции.

17. Понятие вычета функции относительно особой точки. Основная теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов функции комплексной переменной относительно простого полюса, полюса  $n$ -го порядка.

18. Вычисление контурных интегралов от функции комплексной переменной с помощью вычетов.

19. Определение преобразования Лапласа, понятия оригинала и изображения.

20. Свойства преобразования Лапласа. Теоремы линейности изображения и подобия.

21. Свойства преобразования Лапласа. Теоремы смещения изображения и запаздывания.

22. Свойства преобразования Лапласа. Теоремы дифференцирования оригинала и дифференцирования изображения.

23. Свойства преобразования Лапласа. Теорема интегрирования оригинала.

24. Обратное преобразование Лапласа. Теорема обращения.

25. Обратное преобразование Лапласа. Способы нахождения оригинала.

2. Операционный метод решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

## ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Виды случайных событий.
2. Классическое и статистическое определения вероятности появления события. Основные формулы комбинаторики.
3. Принцип статистической устойчивости относительных частот. Связь и различие между классическим и статистическим определениями вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности. Задача Бюффона.
5. Алгебра событий. Понятия суммы и произведения событий, их геометрическая интерпретация. Основные законы алгебры событий.
6. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. Следствия из нее.
7. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
8. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Понятие условной вероятности.
2. Теорема о вероятности появления хотя бы одного события.
3. Формула полной вероятности.
4. Формула Бернулли.
5. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
6. Определение и типы случайных величин. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения.
7. Интегральная функция распределения вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства.  
Плотность вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства.
1. Связь между интегральной функцией распределения вероятностей и плотностью вероятностей.
2. Определение, вероятностный смысл и свойства математического ожидания для дискретных и непрерывных случайных величин.
3. Определение, вероятностный смысл и свойства дисперсии.
4. Биномиальный закон распределения.
5. Среднее и наиболее вероятное число появлений события при биномиальном распределении.
6. Закон распределения Пуассона.
7. Равномерный закон распределения вероятностей.
8. показательный закон распределения вероятностей.
23. Нормальный закон распределения вероятностей. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на произвольный конечный интервал.
1. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на интервал, симметричный относительно среднего значения. Правило трех сигм. Теорема Ляпунова.
2. Предельные теоремы теории вероятностей.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Предмет и основные задачи математической статистики.
2. Понятие о выборочном методе. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Основные понятия математической статистики (вариационный ряд, частота, относительная частота, статистическое распределение выборки).
4. Эмпирическая функция распределения выборки и ее свойства.
5. Полигон частот и полигон относительных частот.

1. Гистограмма частот и относительных частот.
  2. Точечные оценки параметров распределения. Требования к оценкам.
  3. Выборочная средняя. Свойство устойчивости выборочных средних.
  4. Выборочная и исправленная дисперсии.
  5. Интервальные оценки. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Понятие точности оценки.
  6. Построение доверительного интервала для оценки генеральной средней при известном среднем квадратическом отклонении.
  7. Построение доверительного интервала для оценки генеральной средней при неизвестном среднем квадратическом отклонении. Случай малой выборки. Распределение Стьюдента.
  8. Упрощенные методы расчета статистических характеристик выборки. Условные варианты. Метод произведений.
  9. Критерии согласия. Уровень значимости.
  10. Критерий  $\chi^2$  Пирсона.
  11. Корреляционная и регрессионная зависимости.
  12. Уравнение выборочной регрессии.
  13. Выборочный коэффициент регрессии.
  14. Выборочный коэффициент корреляции.
- Связь между выборочными коэффициентами регрессии и корреляции.

### Шкала оценивания ПРЕЗЕНТАЦИИ

Дескрипторы	Минимальный ответ 2	Изложенный, раскрытый ответ 3	Законченный, полный ответ 4	Образцовый, примерный; достойный подражания ответ 5
Раскрытие проблемы	Проблема не раскрыта. Отсутствуют выводы.	Проблема раскрыта не полностью. Выводы не сделаны и/или выводы не обоснованы.	Проблема раскрыта. Проведен анализ проблемы без привлечения дополнительной литературы. Не все выводы сделаны и/или обоснованы .	Проблема раскрыта полностью. Проведен анализ проблемы с привлечением дополнительной литературы. Выводы обоснованы.
Представление	Представляемая информация логически не связана. Не использованы профессиональные термины.	Представляемая информация не систематизирована и/или не последовательна. Использован 1-2 профессиональный термин.	Представляемая информация систематизирована и последовательна. Использовано более 2 профессиональных терминов.	Представляемая информация систематизирована, последовательна и логически связана. Использовано более 5 профессиональных терминов.
Оформление	Не использованы информационные технологии (PowerPoint). Больше 4 ошибок в представляемой информации.	Использованы информационные технологии (PowerPoint) частично. 3-4 ошибки в представляемой информации.	Использованы информационные технологии (PowerPoint). Не более 2 ошибок в представляемой информации.	Широко использованы информационные технологии (PowerPoint). Отсутствуют ошибки в представляемой информации.
Ответы на вопросы	Нет ответов на вопросы.	Только ответы на элементарные вопросы.	Ответы на вопросы полные и/или частично полные.	Ответы на вопросы полные с приведением примеров и/или



## Паспорт компетенций

Высшая математика					
ФГОС ВО 13.03.03 «Энергетическое машиностроение»					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие компетенции:					
КОМПЕТЕНЦИИ		Перечень компонентов	Технология формирования компетенций	Форма оценочного средства**	Степени уровней освоения компетенций
ИНДЕКС	ФОРМУЛИРОВКА				
ОПК-3.	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	<p>Знать</p> <p>физико-математический аппарат при решении профессиональных задач</p> <p>методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач</p> <p>методику теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач</p> <p>Уметь</p> <p>Использовать физико-математический аппарат при решении профессиональных задач</p> <p>Применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач</p> <p>Использовать методику теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач</p> <p>Владеть</p> <p>Навыками использования физико-</p>	<p>Контактная работа с обучающимися во время аудиторных занятий в форме лекций, Самостоятельное изучение теоретического курса, подготовка к лабораторным работам</p> <p>Демонстрация слайдов презентаций и видеороликов посредством мультимедийного оборудования</p>	<p>Вопросы дискуссии по темам КТ 1,2</p> <p>УО</p> <p>КР</p> <p>РГР</p> <p>Т</p> <p>З</p> <p>Э</p>	<p>Пороговый: Компетенция сформирована. Демонстрируется недостаточный уровень самостоятельности практического навыка</p> <p>Достаточный: Компетенция сформирована. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка</p> <p>Повышенный: Компетенция сформирована. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>

\*\* - Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 1 к ФОС.

**Перечень оценочных средств по дисциплине  
«Математика»**

№ ОС	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная работа (К/Р)	Средство проверки умений, или как применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Устный опрос, собеседование (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимися на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
3	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
4	Зачет (З)	Средство проведения промежуточной аттестации по результатам выполнения всех видов учебной работы в течении семестра с проставлением оценки "зачет", или "незачет".	Вопросы для подготовки к зачету, примеры билетов для проведения зачета
5	Экзамен (Э)	Средство проведения промежуточной аттестации по результатам выполнения всех видов учебной работы в течении семестра с проставлением оценки "удовлетворительно", "хорошо", или "отлично".	Вопросы для подготовки к экзамену, примеры экзаменационных билетов
6	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы.

**Оформление и описание оценочных средств**

**1.**

**Билеты к зачету**

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине "Высшая математика".

1.2. Регламент зачета: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.

- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

**«Зачтено»** - если выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

**«Не зачтено»** - если не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

1.4. Комплекты билетов к зачету включают по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

## 2. Экзаменационные билеты

2.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине "Высшая математика".

2.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.  
- Способ контроля: устные ответы.

2.3. Шкала оценивания:

**"Отлично"** - если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

**"Хорошо"** - если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

**"Удовлетворительно"** - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

**"Неудовлетворительно"** - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьезные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

2.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

**Типовые варианты билетов прилагаются.**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ автономное ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

---

Факультет базовых компетенций,  
Дисциплина «Математика»

центр математического образования

Образовательная программа 13.03.03 Энергетическое машиностроение  
Курс 1, семестр 1

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Числовая последовательность и её предел.
3. Решить матричное уравнение  $XB = A$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
4. Найти угол между векторами  $\vec{a} = (1, -2, -2)$  и  $\vec{b} = (2, 0, 1)$ .
5. Найти производную функции, заданной параметрически  $x = \frac{t}{1+t^3}$ ,  $y = \frac{2t^2}{1+t^3}$ .
6. Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} + 2x}{x+1}$ .

7. Найдите экстремумы функции  $y = x^4 - 2x^2$ .

Утверждено на заседании ЦМО «\_\_\_» декабря 2017 г., протокол № 5

И.о. заведующего центром Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ автономное ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

---

Факультет базовых компетенций, \_\_\_\_\_ центр математического образования  
Дисциплина «Математика»  
Образовательная программа 13.03.03 Энергетическое машиностроение  
Курс 1, семестр 1

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4**

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.
3. Решить систему методом обратной матрицы  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$ .
4. Показать, что векторы  $\vec{m} = (1, -1, 2)$ ,  $\vec{n} = (2, 0, 3)$ ,  $\vec{p} = (-2, -1, 1)$  образуют базис в пространстве.
5. Прямая  $l_1$  проходит через точку  $A(4;5)$  параллельно вектору  $\vec{q} = (1,3)$ . Прямая  $l_2$  проходит через точку  $B(6;4)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (-2,3)$ . Найти точку пересечения прямых.
6. Вычислить предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n-1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 5^{2n+2}}$ .
7. Найдите экстремум функции  $y = \sqrt{x} + \sqrt{6-x}$ .

Утверждено на заседании ЦМО «\_\_\_» декабря 2017 г., протокол № 5

И.о. заведующего центром Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

---

Министерство образования и науки РФ  
Московский политехнический университет

Институт базовых компетенций

Центр математического  
образования  
Дисциплина «Высшая и прикладная  
математика»  
Для студентов 2 - го семестра

**Экзаменационный билет № 1**

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$ .
3. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\pi/6} 3 \sin^2 x \cos x dx$ .
4. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3} dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx.$$

5. Найти частные производные второго порядка функции  $z = \cos(x^3 - 2xy)$ , убедиться, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$ .

Зав. центром математического образования

---

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ автономное ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

---

Факультет базовых компетенций, центр математического образования  
Дисциплина «Математика»  
Образовательная программа 13.03.03 Энергетическое машиностроение  
Курс 2, семестр 3

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Комплексные числа. Определение, формы записи и действия над ними.
3. Решить уравнение:  $y^{IV} - 2y'' + y = 2x$ .
4. Решить уравнение  $\cos z - \frac{e^{-iz}}{2} + 1 - i = 0$ .

Утверждено на заседании ЦМО «\_\_» декабря 2017 г., протокол № 5

И.о. заведующего центром Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

---

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ автономное ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

---

Факультет базовых компетенций, центр математического образования  
Дисциплина «Математика»  
Образовательная программа 13.03.03 Энергетическое машиностроение  
Курс 2, семестр 3

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10**

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Общие свойства решений. Понятие фундаментальной системы решений линейных однородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.
2. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.
3. Решить задачу Коши:  $y' = 2xe^x + y$ ,  $y(0) = 0$ .
4. Вычислить  $\oint_{|z|=3} \frac{\cos z}{z^2 - z - 2} dz$  с помощью интегральной формулы Коши и основной теоремы о вычетах.

Утверждено на заседании ЦМО «\_\_» декабря 2017 г., протокол № 5

И.о. заведующего центром Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ автономное ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, центр математического образования  
Дисциплина «Математика»  
Образовательная программа 13.03.03 Энергетическое машиностроение  
Курс 2, семестр 4

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Классическое и статистическое определения вероятности появления случайного события, связь и различие между ними.
2. Построение доверительного интервала для математического ожидания при известном среднеквадратическом отклонении.
3. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
4. Для статистического распределения выборки

$x_i$	2	5	8	10
$n_i$	1	3	5	2

найти выборочную среднюю и исправленную дисперсия  $\bar{D}$ .

Утверждено на заседании ЦМО «\_\_\_» декабря 2017 г., протокол № 5

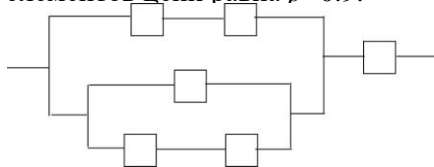
И.о. заведующего центром Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ автономное ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, центр математического образования  
Дисциплина «Высшая математика»  
Образовательная программа 13.03.03 Энергетическое машиностроение  
Курс 2, семестр 4

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17**

1. Гипергеометрический закон распределения случайной величины
2. Линейная среднеквадратическая регрессия. Отыскание линейной регрессии методом наименьших квадратов.
3. Найти вероятность работы электрической цепи, изображенной на рис., если вероятность работы каждого из независимо работающих элементов цепи равна  $p=0.9$ .



4. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение её контролируемого размера от проектного не превышает 2 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 1$  мм и математическим ожиданием  $a = 0$ . Сколько процентов негодных деталей изготавливает автомат?

Утверждено на заседании ЦМО «\_\_\_» декабря 2017 г., протокол № 5

И.о. заведующего центром Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

**Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (Т, КР)**

## 1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена  $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix} \quad (б) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).

Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

$$(a) \begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$$

1. Расписать разложение вектора  $\vec{x}$  по векторам  $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$$\vec{x} = \{5, -12, 1\}, \quad \vec{p} = \{1, -3, 0\}, \quad \vec{q} = \{1, -1, 1\}, \quad \vec{r} = \{0, -1, 2\}$$

2. Коллинеарны ли векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$ ?

$$\vec{a} = \{2, 0, 1\}, \quad \vec{b} = \{-2, 3, 1\}, \quad \vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}, \quad \vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$   $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$

$$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{q}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}$$

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число  $e$ .

2. Найти производную функции  $y = \frac{\operatorname{tg} x^2}{7^x + 5}$

3. Даны векторы  $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (1; -3), \vec{c} = (-1; 3)$ . При каком значении  $\alpha$  векторы

$$\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}, \quad \vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c} \text{ коллинеарны.}$$

1. Найти расстояние от точки  $M_0$  до плоскости  $(M_1M_2M_3)$ :

$$M_0(-9; 10; 2), \quad M_1(0; 7; -4), \quad M_2(4; 8; -1), \quad M_3(-2; 1; 3)$$

2. Выписать каноническое уравнение прямой:  $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$
3. Найти точку пересечения прямой и плоскости:  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$  и  $x + y + 2z - 9 = 0$ .
4. Найти точку  $P_1$  симметричную точке  $P$  относительно прямой  $l$ :  $P(0; -1; 3)$  и  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ .
5. Написать уравнение плоскости  $\alpha$  проходящей через точку  $M_0$  и перпендикулярно прямой  $(M_1M_2)$ :  $M_0(3; 2; 0)$ ,  $M_1(4; 1; 5)$ ,  $M_2(2; -1; 4)$ .
6. Найти косинус угла между плоскостями  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ :  
 $\alpha_1: 3x - y + 3 = 0$ ,  $\alpha_2: x - 2y + 5z - 10 = 0$

1. Найти производную  $y'_x$ :

а)  $y = \arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$

б)  $y = (\sqrt{x})$

в)  $\sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$

г)  $x = e^{-t} \cos t$ ,  $y = e^t \cos t$

2. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\arctg x} \right)$

3. Провести полное исследование и построить график  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

1. Вычислить пределы:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 5^{n-1}}{3^{n+2} + 5^n}$     2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - e^{x^2}}$     3.  $\lim_{x \rightarrow +0} (1 - 3x)^{\ctg 7x}$

2. Вычислить производные:

1.  $y = \frac{\cos 6x}{3 \sin(12x+1)}$

2.  $y = \arctg^2 \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin \ln 2x$

1. Построить график:  $y = \frac{x+4}{x+2}$ ;  $y = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}$

2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5} + n}$

3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2+3}{2n^2+1} \right)^{n^2}$

4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - n)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж:  $y = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$

1-ый семестр

**Интегралы**  
**Вычислить неопределенные интегралы**



$$1. \int \frac{dx}{2(x+\sqrt{x})} \quad 2. \int x \cdot 2^{-x} dx \quad 3. \int e^x \cos x dx \quad 4. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18} \quad 5. \int x \cos 3x dx$$

$$6. \int \frac{dx}{x^2 + 6x + 5} \quad 7. \int \frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2} dx \quad 8. \int \frac{x+1}{x^2+3} dx \quad 9. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x} \quad 10. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$$

### Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^{\pi/6} 3 \sin^2 x \cos x dx \quad 2. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}} \quad 3. \int_0^1 (x-1)e^x dx \quad 4. \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}} \quad 5. \int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}} \quad 6.$$

$$\int_{-2}^2 \frac{1+x^2}{\arctg x} dx \quad 7. \int_1^4 \frac{dx}{(3x+5)^2} \quad 8. \int_0^1 \frac{x^2+2x}{x^2+1} dx \quad 9. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad 10. \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

### Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3} dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx.$$

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость  $\int_1^{\infty} \ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$ , установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$ , установить его сходимость или расходимость.

1. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{x^3}$ , установить его сходимость или расходимость.

### Вычислить двойные интегралы

$$1. \iint_{(D)} (x+5y) dx dy, \quad D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

$$2. \iint_{(D)} (10 - x^2 - y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}.$$

$$3. \iint_{(D)} (x+y) dx dy, \quad D - \text{множество точек плоскости, ограниченное линиями } y = x, \quad y = x^2.$$

$$4. \iint_{(D)} 4xy dx dy, \quad D - \text{множество точек плоскости, ограниченное линиями } x=1, \quad y=x, \quad y=3x$$

$$5. \iint_{(D)} (x^2 + y) dx dy, \quad D - \text{множество точек плоскости, ограниченное линиями } y = x/2, \quad y = 2x, \quad y = 2/x \quad (x > 0).$$

Вычислить двойные интегралы, перейдя к полярным координатам

$$1. \iint_{(D)} (4x^2 + 4y^2 + 6) dx dy, \quad \text{где } D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

$$2. \iint_{(D)} (3\sqrt{x^2 + y^2} - 2) dx dy, \quad \text{где } D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

$$1. \int_0^1 \int_0^{1-x^2} (x^2 + y^2) dx dy, \quad 2. \int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x, y) dy, \quad 3. \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx.$$

Вычислить криволинейные интегралы

- $\int_L x\sqrt{y}dx + (x+y)dy$ , где  $L$  - дуга параболы  $y = x^2$  с направлением от точки  $B(2;4)$  к точке  $A(0;0)$ .
- $\int_L 2xydx - x^2dy$  вдоль отрезка прямой, выходящего из начала координат  $O(0;0)$  и заканчивающегося в точке  $A(2;1)$ .
- $\int_L 2xydx - x^2dy$  вдоль дуги параболы  $y = x^2$  с начальной  $O(0;0)$  и конечной  $A(2;4)$  точками.
- $\int_L 2xydx + x^2dy$  вдоль ломаной ОВА, где  $O(0;0)$ ,  $B(2;0)$  и  $A(2;1)$ .
- Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси  $OX$  фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y^2 = x$ .
- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = -x + 2$

### Функции нескольких переменных

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$

- $z = e^{x^2 - y^2}$ , 2.  $z = \cos(x^3 - 2xy)$ , 3.  $z = \sqrt{y^2 - 2x}$ , 4.  $z = \ln(xy - x^2)$ , 5.  $z = \frac{x^2 + 3y^2}{xy}$ , 6.  $z = \operatorname{ctg}(2x + 3y)$ , 7.  $z = \sin(x^2y)$ , 8.  $z = e^{x/y}$ , 9.  $z = x \cos^2 y$ , 10.  $z = y^2 \sin^2 x$ .

Найти градиент функции  $z = f(x, y)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$

- $z = \frac{y^2}{\sqrt{x}}$ ,  $M_0(4,6)$ ; 2.  $z = \frac{x^4 + 3y^2}{4xy}$ ,  $M_0(1,-1)$ ; 3.  $z = \frac{y^2}{x^3}$ ,  $M_0(2,-2)$ ; 4.  $z = x^3 - 3y^2x$ ,  $M_0(3,2)$ .

Исследовать на экстремум функцию

- $z = x^2 - x + y^2 + 2y$ , 2.  $z = 2x^2 + xy - x + y^2$ , 3.  $z = x^2 - 2x + 4y - y^2$ , 4.  $z = x^2 - 3x + 3y^2 + 4y$ , 5.  $z = x^2 + y^2 + 4xy$ .

### Ряды

Исследовать на сходимость ряды

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}$ , 2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \sin n}{n^2 + 1}$ , 3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{n^2 + 10}$ , 4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{5^n}$ , 5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+3} \left(\frac{5}{7}\right)^n$ , 6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$ , 7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4}\right)^{2n}$ , 8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 - 3}{4n^2 + 3}$ , 9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3 3n}{n}$ , 10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ .

Выяснить, сходится ли абсолютно, условно или расходится ряд

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n (n+1)}$ , 2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(6n+2)^3}$ , 3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{6^n}$ , 4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n}$ , 5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n^2 + 1}}$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n-1}\right)^n.$$

- Найти интервал сходимости ряда и исследовать его поведение на концах интервала

сходимости  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$ .

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ , используя готовое разложение.
5. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x - \pi/2)$  функцию  $f(x) = \cos x$ , используя готовое разложение.

### Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

#### ЗАДАНИЕ 1.

Установите соответствие между номером уравнения и его типом

- 1)  $xy' + 2y = x^4 \sin 2x$       2)  $(1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$   
3)  $y' - \frac{4y}{x} = 2x\sqrt{y}$       4)  $y\sqrt{3 + 2x^2} y' = x\sqrt{3 + 2y^2}$ .

- уравнение с разделяющимися переменными,
- линейное дифференциальное уравнение,
- уравнение в полных дифференциалах,
- уравнение Бернулли,
- уравнение, приводящееся к однородному.

#### ЗАДАНИЕ 2.

Дано уравнение первого порядка  $(5xy^2 + x^3)dx - (y^2 - 5x^2y)dy = 0$  в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешенному относительно производной.

Ответ

#### ЗАДАНИЕ 3.

Дано дифференциальное уравнение  $y' = (2k + 3)x^4$ , тогда функция  $y = 2x^5$  является его решением при  $k$ , равном:

Ответ

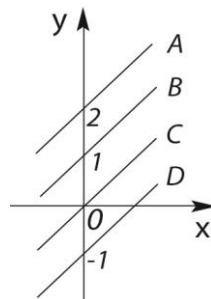
#### ЗАДАНИЕ 4.

Общий интеграл дифференциального уравнения  $y^2 dy = \frac{dx}{x^2}$  имеет вид

Ответ

#### ЗАДАНИЕ 5.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения  $xy' = y - 1$ ;  $y(1) = 2$ .



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) A 2) B 3) C 4) D.

#### ЗАДАНИЕ 6.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка  $y'' = x^2 + x$ . Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2 \quad 2) y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1x + C_2$$

$$3) y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2 \quad 4) y = 6x^4 + 2x^3 + C_1x.$$

**ЗАДАНИЕ 7.**

Решение задачи Коши  $y'' = 2x + 1, \quad y(0) = y'(0) = 0$  имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) y = \frac{x^3}{3} + x^2 \quad 2) y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \quad 3) y = \frac{x^3}{6} + x^2 \quad 4) y = \frac{x^3}{2} - x.$$

**ЗАДАНИЕ 8.**

Дано дифференциальное уравнение второго порядка  $2xy'' - y' = 0$ , тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 9.**

Дано дифференциальное уравнение второго порядка  $y'' \operatorname{ctg} 4x + 4y' = 0$ , тогда его общее решение имеет вид

$$\text{ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:} \quad 1) y = 0,25C_1 \sin 4x + C_2 \quad 2) y = -C_1 \cos 4x + C_2$$

$$3) y = C_1 \sin 4x + C_2 \quad 4) y = -C_1 \sin 4x + C_2.$$

**ЗАДАНИЕ 10.**

Корни характеристического уравнения равны  $k_1 = k_2 = -1, \quad k_{3,4} = \pm 2$ , тогда фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{2x}, \quad y_3 = \cos 3x, \quad y_4 = \sin 3x$$

$$2) y_1 = e^{-x}, \quad y_2 = e^{-2x}, \quad y_3 = e^{3x}, \quad y_4 = e^{-3x}$$

$$3) y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{2x}, \quad y_3 = \cos 3x, \quad y_4 = -\sin 3x$$

$$4) y_1 = e^{-x}, \quad y_2 = xe^{-x}, \quad y_3 = e^{2x}, \quad y_4 = e^{-2x}.$$

**ЗАДАНИЕ 11.**

Корни характеристического уравнения равны  $k_1 = k_2 = 5, \quad k_{3,4} = 5 \pm i$ . тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 12.**

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения:  $y_1 = 1, \quad y_2 = x, \quad y_3 = x^2$ . Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 2, \quad y'(0) = -1,$

$$y''(0) = -2, \text{ равно:}$$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) y = 2 + x - x^2 \quad 2) y = 2 - x - 2x^2 \quad 3) y = 2 - x - x^2 \quad 4) y = 2 - x - 0,5x^2.$$

**ЗАДАНИЕ 13.**

Функция  $y = C_1e^x + C_2xe^x$  является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) k^2 - 1 = 0 \quad 2) k^2 - k = 0 \quad 3) k^2 + 2k + 1 = 0 \quad 4) k^2 - 2k + 1 = 0.$$

**ЗАДАНИЕ 14.**

Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y' + 3y = 0$  имеет вид

Ответ	
-------	--

### ЗАДАНИЕ 15.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 2x - 1$  по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)  $y_* = Ax^2 + Bx$     2)  $y_* = Ax + B$     3)  $y_* = Ax$     4)  $y_* = Ax^2 + Bx + C$  . .

### ЗАДАНИЕ 16.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами  $2y'' + y' + 2y = xe^x \sin 2x$ . Записать вид частного решения с неопределенными коэффициентами

Ответ	
-------	--

### ЗАДАНИЕ 17.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами  $y'' + 4y = 2ctg 2x$ . В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	
-------	--

### ЗАДАНИЕ 18.

Решение краевой задачи  $y'' = 2x + 1$ ,  $0 \leq x \leq 3$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(3) = 9/2$  имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1)  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$     2)  $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$     3)

$y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{10}{3}x + 1$     4)  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{10}{3}x + 1$ .

### ЗАДАНИЕ 19.

Дано дифференциальное уравнение  $y' = y^3 + 2x$  и начальное условие  $y(0) = 1$ . Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)  $1 + x + 5x^2$     2)  $1 + x + 0,25x^2$     3)  $1 + x + 0,5x^2$     4)  $1 + x + 2,5x^2$ .

### ЗАДАНИЕ 20.

Общее решение системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} y_1' = 3y_2, \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1)  $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3} C_1 e^{2x} - C_2 e^{-3x} \end{cases}$     2)  $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3} C_1 e^{-2x} - C_2 e^{-3x} \end{cases}$

3)  $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3} C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} \end{cases}$     4)  $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3} C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}. \end{cases}$

## Тестовое задание по теории вероятностей и математической статистике

### ЗАДАНИЕ 1

Количество способов распределения трех призовых мест в олимпиаде по теории вероятностей среди 10 участников равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 120    2) 720    3) 240    4) 1000.

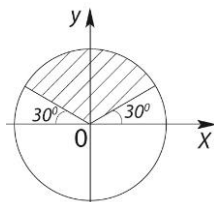
### ЗАДАНИЕ 2

Из урны, в которой находятся 6 белых и 4 черных шара, извлекают наудачу 2 шара. Тогда вероятность того, что оба шара будут белыми, равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1)  $1/3$     2)  $2/3$     3)  $1/4$     4)  $14/33$ .

### ЗАДАНИЕ 3

В круг радиуса  $R$  брошена точка. Тогда вероятность того, что она попадет в заштрихованную область, равна



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1)  $1/2$  2)  $1/3$  3)  $1/4$  4)  $1/6$ .

### ЗАДАНИЕ 4

Несовместные события  $A, B, C$  не образуют полную группу событий, если их вероятности равны:

- 1)  $P(A) = 2/3, P(B) = 1/6, P(C) = 1/6$  2)  $P(A) = 1/3, P(B) = 1/2, P(C) = 1/6$   
3)  $P(A) = 1/4, P(B) = 1/3, P(C) = 1/6$  4)  $P(A) = 1/4, P(B) = 1/3, P(C) = 5/12$ .

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).

### ЗАДАНИЕ 5

Бросают 2 монеты. События:  $A$  - герб на первой монете,  $B$  - цифра на второй монете являются:

- ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) несовместными 2) совместными  
3) независимыми 4) зависимыми.

### ЗАДАНИЕ 6

Студент знает 20 вопросов программы из 30. Тогда вероятность правильного ответа на 3 вопроса равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1)  $57/203$  2)  $8/27$  3)  $19/75$  4)  $146/203$ .

### ЗАДАНИЕ 7

В первой урне 6 белых и 8 черных шаров, во второй 7 белых и 3 черных шара. Из наудачу взятой урны вынут один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна

Ответ	
-------	--

### ЗАДАНИЕ 8

Событие  $A$  может наступить лишь при условии появления одного из 2-х несовместных событий  $B_1$  и  $B_2$ , образующих полную группу. Известны вероятность  $P(B_1) = 2/3$  и условные вероятности  $P_{B_1}(A) = 1/3, P_{B_2}(A) = 2/5$ . Тогда вероятность события  $A$  равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1)  $16/45$  2)  $28/45$  3)  $22/45$  4)  $17/45$ .

### ЗАДАНИЕ 9

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

$X$	1	3	5
$P$	0,1	0,3	0,6

Тогда её функция распределения вероятностей  $F(x)$  имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1)  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,3 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0,6 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 1 & \text{при } x > 5 \end{cases}$  2)  $F(x) = \begin{cases} 0,1 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,4 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 0 & \text{при } x > 5 \end{cases}$
- 3)  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,1 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0,4 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 1 & \text{при } x > 5 \end{cases}$  4)  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 0,1 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0,3 & \text{при } 3 < x \leq 5 \\ 0,6 & \text{при } x > 5. \end{cases}$

### ЗАДАНИЕ 10

Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией

распределения вероятностей  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2/9 & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$

Тогда плотность вероятностей  $f(x)$  имеет вид

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 11**

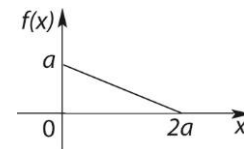


График плотности вероятностей  $f(x)$  показан на рисунке. Тогда значение  $a$  равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,5 2) 1 3)  $\sqrt{2}$  4) 2.

**ЗАДАНИЕ 12**

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

$X$	0	1	3
$P$	0,2	0,3	0,5

Тогда её математическое ожидание и дисперсия равны

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 13**

Вероятность появления события  $A$  в 30 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,6. Тогда дисперсия числа появлений этого события равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,24 2) 18 3) 7,2 4) 12.

**ЗАДАНИЕ 14**

Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале (6, 10). Тогда её математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 15**

Непрерывная случайная величина  $X$  подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием  $M(X) = a = 20$ . Вероятность её попадания в интервал (20, 25) равна 0,4. Тогда вероятность её попадания в интервал (15, 20) равна

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 16**

Статистическое распределение выборки имеет вид

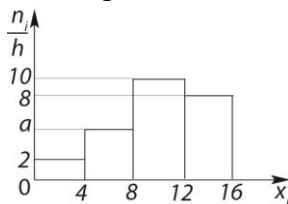
$x_i$	2	4	5	8
$n_i$	2	5	7	6

Тогда относительная частота варианты  $x_1 = 4$  равна

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 17**

По выборке объема  $n = 100$  построена гистограмма частот.



Тогда значение  $a$  равно:

Ответ	
-------	--

**ЗАДАНИЕ 18**

Известно статистическое распределение выборки

$x_i$	6	7	10	12	13
-------	---	---	----	----	----

$n_i$     5    6    8    7    4

Тогда её выборочная средняя  $\bar{x}_g$  равна

Ответ	
-------	--

### ЗАДАНИЕ 19

Дана выборка объема  $n$ . Если каждый элемент выборки уменьшить в три раза, то выборочная средняя  $\bar{x}_g$ :

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) не изменится                      2) уменьшится в 3 раза  
3) увеличится в 3 раза                      4) уменьшится в 9 раз.

### ЗАДАНИЕ 20

Мода  $M_0$  и медиана  $m_e$  вариационного ряда

$x_i$	12	13	15	16	18	20
$n_i$	4	9	18	14	11	5

равны

Ответ	
-------	--

### ЗАДАНИЕ 21

Выборочная средняя для данного статистического распределения выборки

$x_i$	2	4	5	8	10
$n_i$	4	7	14	8	7

равна  $\bar{x}_g = 6$ . Тогда выборочная дисперсия  $D_g$  равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 41    2) 2,20    3) 1,025    4) 6,25.

### ЗАДАНИЕ 22

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью  $\gamma = 0,95$  неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака  $X$  генеральной совокупности  $x_0$ , если известны объем выборки  $n = 30$ , выборочная средняя  $\bar{x}_g = 2500$ , среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности  $\sigma = 100$ , квантиль нормального распределения  $t = 2,58$ .

Ответ	
-------	--

### ЗАДАНИЕ 23

При построении уравнения линейной регрессии  $Y$  на  $X$ :  $y = ax + b$  получены следующие результаты:  $r_g = 0,5$ ,  $\sigma_x = 2$ ,  $\sigma_y = 1,1$ . Тогда выборочный коэффициент регрессии будет равен

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,55    2) 1,1    3) 0,22    4) 0,275.

### ЗАДАНИЕ 24

Выборочное уравнение линейной регрессии  $Y$  на  $X$  имеет вид:  $y = 2x - 3$ . Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,6    2) -0,6    3) -2    4) -3.

### ЗАДАНИЕ 25

Если основная гипотеза имеет вид  $H_0: a = 16$ , то конкурирующей будет гипотеза:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1)  $H_1: a < 16$     2)  $H_1: a \leq 16$   
3)  $H_1: a \geq 16$     4)  $H_1: a > 14$ .

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,  
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;  
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;  
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

**Комплект заданий для выполнения  
расчетно-графических работ (РГР)**



**По алгебре**

**РГР № 1, часть 1**

Задание №1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

Выполнить действия:  $A^2 + 8B^T$ .

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство  $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \dots$  и проверить его для матриц  $A$  и  $B$  из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение  $AXB = C$  (найти  $X$ ). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

**РГР № 1, часть 2**

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

**РГР №1, часть 3**

Задание №1. Показать, что векторы  $\bar{m}, \bar{n}, \bar{p}$  образуют базис в пространстве и разложить вектор  $\bar{a}$  по этому базису:  $\bar{m} = (1, -1, 2), \bar{n} = (2, 0, 3), \bar{p} = (-2, -1, 1), \bar{a} = (5, -4, 13)$ .

Задание №2. Даны векторы  $\bar{m}$  и  $\bar{n}$ . Выяснить – коллинеарны ли векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .

$$\bar{m} = (28, -8, 8), \bar{n} = (-21, 6, -6), \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n}, \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти  $|\bar{a}|$ , если  $|\bar{m}| = 6\sqrt{2}, |\bar{n}| = 2, (\bar{m}, \bar{n}) = 135^\circ, \bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}$ .

Задание №4. Дан  $\Delta ABC$ . Найти  $\angle B$ , если  $A(1; -1; 2), B(3; 3; 2), C(7; 1; 2)$ .

Задание №5. При каких  $x$  векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x; 1; -4), \bar{b} = (x-3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n}, \bar{b} = \bar{m} + \bar{n}, |\bar{m}| = 12, |\bar{n}| = 3, (\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если  $A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7)$ .

Задание №8. Даны векторы  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ . Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}(1; -1; 5), \bar{b}(2; 4; -2), \bar{c}(3; 0; 1).$$

#### РГР № 1, часть 4

Задание №1. Прямая  $l_1$  проходит через точку  $A$  параллельно вектору  $\bar{q}$ . Прямая  $l_2$  проходит через точку  $B$  перпендикулярно вектору  $\bar{n}$ . Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если  $A(3; 5), \bar{q}(1; 3), B(0; 5), \bar{n}(-3; 4)$ .

Задание №2. Дана прямая  $l_1$ . Прямая  $l_2$  проходит через точки  $A$  и  $B$ . Найти расстояние от точки пересечения прямых  $l_1$  и  $l_2$  до прямой  $l_3$ .

$$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} \quad A(4; 0), B(7; 3), \quad l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$$

Задание №3. Найти расстояние от точки  $M_0$  до плоскости  $\alpha$ , проходящей через точку  $A$  перпендикулярно вектору  $\bar{n}$ , если  $M_0(0; 1; 7), A(2; -1; 4), \bar{n}(6; 22; -3)$ .

Задание №4. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $\beta$ , проходящей через точки  $A, B$  и  $C$ , если  $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0, A(5; 2; 5), B(3; 7; 0), C(-4; -3; -1)$ .

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x + 2y - 9z - 10 = 0; \\ 3x + 4y + 8z - 24 = 0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой  $l$  и плоскости  $\alpha$  и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание №7. Прямая  $l_1$  проходит через точки  $A$  и  $B$ . Прямая  $l_2$  проходит через точку  $M$  перпендикулярно плоскости  $\alpha$ . Найти угол между прямыми  $l_1$  и  $l_2$  и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A(9; -3; 1), B(4; 4; -5), M(-1; 11; -11), \quad \alpha: 2x + 3y - z - 1 = 0.$$

#### РГР № 1, часть 5

Задание №1. Для данной кривой  $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$  указать фокусы, эксцентриситет, директрисы.

Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

**Задание №2.** Привести уравнение кривой  $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$  к каноническому виду и построить кривую.

РГР №6

**Задание №1.** Для линейного оператора  $A$  заданы образы базисных элементов  $A\bar{e}_1, A\bar{e}_2, A\bar{e}_3$ . Записать матрицу оператора  $A$  в базисе  $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$  и найти образ элемента  $\bar{x}$ .

$$A\bar{e}_1 = 7\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_3 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3, \\ \bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

**Задание №2.** Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей  $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ .

### По интегралам

#### Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

$$1. \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x + 3}}{\cos^2 x} dx \quad 2. \int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx \quad 3. \int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}} \quad 4. \int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}} dx \quad 5. \int \frac{\cos(2-5\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx \quad 6. \int (1-3x)\cos 5x dx \quad 7. \\ \int \arctg 2\sqrt{x} dx \quad 8. \int e^{-x} \cos 5x dx \quad 9. \int x^2 \ln(x+3) dx \quad 10. \int \frac{\cos(\ln 3x+4)}{2x} dx \quad 11. \int (2-x)\ln \sqrt[3]{x} dx \\ 12. \int (x^2+3x-1)3^{5x} dx \quad 13. \int 3x \sin^2 \frac{x}{3} dx \quad 14. \int (8x-3)\cos \frac{x}{4} dx \quad 15. \int (\sqrt{7}-5x)\sin x dx \\ 16. \int (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx \quad 17. \int \frac{\arctg 2x+x}{1+4x^2} dx \quad 18. \int \frac{9(\sin x + \cos x)}{(\cos x - \sin x)^5} dx \quad 19. \int \frac{x^5 - x^4 - 4x^3 + 13x}{x(x-1)(x-2)} dx \\ 20. \int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x - 4}{(x+1)(x-2)^2} dx \quad 21. \int \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+x+2)} dx \quad 22. \int \sin^4 2x \cos^3 2x dx \quad 23. \int \sin^2 x \cos^2 3x dx \quad 24. \\ \int \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{3+x^2}} dx \quad 25. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+4}-5}$$

#### Определенный интеграл

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси  $Ox$ , для четных вариантов – относительно оси  $Oy$ .
4. Вычислить длины дуг кривых:
  - а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
  - б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси  $Ox$  кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

$$1) y = x^2/2, \quad y = 1/(1+x^2) \quad 2) r = \sin^3 \varphi \quad 3) x^2 = 2y, \quad y = |x| \\ 4a) y = e^x, \quad 0 \leq x \leq \ln 5 \quad 4б) r = 3(1 - \sin \varphi) \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6$$

5)  $y = 1/x, \quad 3 \leq x \leq 4$

6)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}, \quad \int_0^1 x \ln^2 x dx$

7) Однородный стержень длиной 2l имеет массу M, материальная точка массы m расположена на серединном перпендикуляре к стержню на расстоянии B от его середины. С какой силой стержень притягивает точку?

### Кратные, криволинейные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле  $\int_0^2 dy \int_{y-2}^{2y} f(x, y) dx$ .

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 4x, \quad z = x, \quad z = 3x$ .

3. Вычислить механические характеристики пластины - условия, задающие пластину:  $\triangle ABC$ ,  $A(0;0), B(-3;0), C(0;1)$  Найти  $x_c, y_c$ .

4. Вычислить работу силового поля вдоль пути, задаваемого линией l в направлении возрастания параметра t: сила  $\vec{F} = (x^2; y - z^2; x)$ , уравнение кривой  $x = t, y = t^3 - 1, z = 2t, 0 \leq t \leq 2$ .

### Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Нарисовать интегральную кривую уравнения  $y' = x^2 - y$ , проходящую через точку M(2;3/2). Решить уравнение методом изоклин.

Решить уравнения:

2.  $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy,$

3.  $2 \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 8,$

4.  $\frac{dy}{dx} = \frac{3x + 2y + 1}{x + 1},$

5.  $x e^{y^2} dx + (x^2 y e^{y^2} + tgy) dy = 0.$

Решить задачи Коши для уравнений:

6.  $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x^3} - \frac{3y}{x}, \quad y(1) = 1,$

7.  $4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2, \quad y(0) = 1.$

8. Решить уравнение:  $x^2 y''' + xy'' = \frac{1}{\sqrt{x}}.$

9. Решить задачу Коши:  $y'' = 18 \sin^3 y \cos y, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 3.$

Решить уравнения:

10.  $y'''' + y''' = x,$

11.  $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x,$

12.  $y'' + 25y = 2 \cos 5x - \sin 5x + e^{5x},$

13.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{(3 + e^{-x})}.$

14. Решить краевую задачу:  $y'' + 2y' + 5y = -3 \sin 2x, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0.$

15. Найти собственные значения  $\lambda$  и собственные функции y задачи:

$y'' + \lambda^2 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(b) = y(b).$

Решить уравнения:

16.  $x^2 y'' + 2xy' - 6y = x \ln x,$

17.  $y'' - xy' - 4y = 0$ .

Решить системы уравнений:

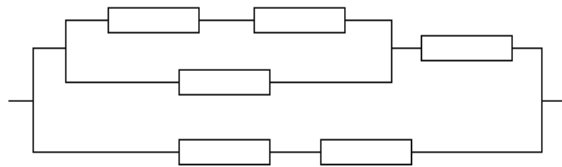
18.  $\begin{cases} x^2 z' + 5xz + 4y = 0, \\ y' = z. \end{cases}$

19.  $\begin{cases} z' = y - z, \\ y' = z - y. \end{cases}$

20.  $\begin{cases} y' = 4y - 3z + \sin x, \\ z' = 2y - z - \cos x. \end{cases}$

### Теория вероятностей

- У сборщика имеются 10 деталей, мало отличающихся по внешнему виду. Из них 6 деталей первого сорта, а 4 – второго. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 5 деталей 3 окажутся первого сорта?
- В урне 7 черных шаров и 5 желтых шаров. Найти вероятность того, что среди наудачу извлеченных 4-х шаров окажется более 2-х желтых.
- Вероятность отказа каждого из независимо работающих элементов электрической цепи равна  $P = 0,05$ . Найти вероятность безотказной работы электрической цепи.



- На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность изготовления стандартной детали для первого станка равна 0,96, а для второго станка - 0,92. Детали складываются в одном месте, причем первый станок изготавливает в 1,5 раза меньше деталей, чем второй. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется нестандартной.
- Вероятность того, что наудачу взятая деталь из партии стандартна, равна 0,92. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу шести деталей не менее двух окажутся нестандартными.
- Вероятность безотказной работы каждого из 700 независимо работающих элементов некоторого устройства равна 0,85. Найти вероятность того, что выйдут из строя от 80 до 120 элементов; ровно 100 элементов.
- Устройство состоит из 4-х элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность надежной работы каждого элемента в одном испытании равна 0,9. Составить закон распределения дискретной случайной величины  $X$  - числа отказавших элементов в одном опыте.
- Независимые случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы рядами распределения.

X	-2	1,5	2	3	Y	-1,5	0	2
P	0,1	0,3	0,2	...	P	0,3	0,2	...

Найти среднее квадратическое отклонение величины  $Z = 2X^2 - 3Y$ .

- Устройство состоит из 4-х независимо работающих однотипных элементов. Вероятность надежной работы каждого элемента равна 0,995. Найти вероятность того, что работают не менее трех элементов.
- Случайная величина  $X$  задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ a(x^2 + 2x) & \text{при } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти коэффициент "a", интегральную функцию распределения  $F(x)$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$  и вероятность попадания  $X$  в интервал  $(0,2; 0,8)$ .

- На станке изготавливается деталь. Ее длина  $X$  - случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами:  $a = 20$  см,  $\sigma = 1,1$  см. Найти вероятность того, что длина детали заключена между 19 см и 21,1 см. Какое отклонение длины детали от  $a$  можно

гарантировать с вероятностью 0,9; 0,99? В каких пределах будут лежать практически все размеры деталей?

## Математическая статистика

Для каждого варианта требуется:

1. Представить опытные данные в сгруппированном виде, разбив на  $k$  равноотстоящих частичных интервалов.
2. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.
3. Построить полигон и гистограмму относительных частот.
4. Вычислить методом произведений числовые характеристики выборки: выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
5. Найти точечные оценки параметров нормального закона распределения и плотность вероятностей  $f(x)$ .
6. Проверить, согласуется ли принимаемая гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки, используя критерии Пирсона и Колмогорова (при уровнях значимости 0,05; 0,01).
7. Найти интервальные оценки параметров нормального закона распределения, приняв доверительную вероятность  $\gamma = 0,95$  и 0,99.

### Задание

Результаты регистрации средней эксплуатационной скорости движения автобусов на междугородных маршрутах представлены в виде вариационного ряда в таблице

23	30,2	32,5	34,2	35,6	37,7	38,6	40,3	42,8	44,6
24,5	30,4	32,7	34,3	35,9	37,7	38,8	40,4	42,9	45,0
25,8	30,6	32,9	34,4	36,2	37,8	38,9	40,6	43,0	45,5
26,6	30,8	33,1	34,4	36,5	37,8	39,1	40,8	43,1	46,0
27,0	31,1	33,4	34,6	36,8	37,9	39,3	41,1	43,1	46,5
27,5	31,3	33,6	34,6	37,1	38,1	39,5	41,4	43,2	47,2
28,0	31,5	33,8	34,8	37,3	38,1	39,7	41,7	43,5	47,8
28,6	31,8	33,8	34,9	37,4	38,3	39,9	42,0	43,7	48,6
29,2	32,0	34,0	35,1	37,5	38,4	40,1	42,3	43,9	50,2
29,7	32,3	34,0	35,3	37,6	38,6	40,2	42,6	44,2	51,0

### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.