

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ Г.Х. Шарипзянова
«__» _____ 20__ г.

**Программа вступительного испытания
для поступающих на обучение
по направлению подготовки магистратуры
01.04.02 «Прикладная математика и информатика»**

Москва, 2021

ВВЕДЕНИЕ

При составлении программы вступительных испытаний в магистратуру по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» учитывались требования ФГОС ВПО к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров.

Бакалавр должен знать основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения научных, научно-методических, организационно-управленческих задач; знать основные направления, новейшие результаты и перспективы развития математической науки.

Бакалавр должен быть сформировавшимся специалистом, иметь навыки к научно-исследовательской работе, уметь использовать разнообразные научные и методические приемы, владеть математическими методами и приемами для успешного решения стандартных задач, возникающих в сфере профессиональной деятельности, иметь уровень подготовки, необходимый для освоения программы магистров.

Целью вступительных испытаний в магистратуру и является определение уровня подготовки бакалавров, пригодность и соответствие знаний и умений требованиям ФГОС, необходимым для обучения в магистратуре. Для объективного контроля этих знаний и умений в программу вступительных испытаний в магистратуру включаются вопросы по всем математическим дисциплинам учебного плана подготовки по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Алгебра

1.1. Линейная алгебра

1.1.1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

1.1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

1.1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произволь-

ных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

1.2. Векторная алгебра

1.2.1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

1.2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

1.2.3. Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Билинейные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

1.3. Комплексные числа и многочлены

Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры.

2. Аналитическая геометрия

Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.

2.1. Прямые и плоскости

Различные типы уравнений плоскости и прямой.

Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.

Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.

Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

2.2. Кривые и поверхности второго порядка

Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.

Уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов. Цилиндрические поверхности.

3. Математический анализ

3.1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

3.1.1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно ма-

лых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

3.1.2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

3.1.3. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

3.1.4. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

3.1.5. Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталю. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

3.1.6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

3.1.7. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

3.2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

3.2.1. Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

3.2.2. Производная по направлению. Градиент.

3.2.3. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора.

3.2.4. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

3.3. Интегральное исчисление

3.3.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

Метод интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.

Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

3.3.2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

3.3.3. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов).

3.3.4. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

3.3.5. Задачи, приводящие к понятиям кратных и криволинейных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием.

3.3.6. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода, их свойства и примеры вычисления.

3.4. Числовые и функциональные ряды

3.4.1. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства числовых рядов. Знакоположительные ряды. Гармонический ряд. Признаки сравнения.

Методы исследования сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

3.4.2. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Обобщенные признаки Даламбера и Коши.

3.4.3. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

3.4.4. Ряды Тейлора и Маклорена. Условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение некоторых функций в ряд Тейлора. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

4. Дискретная математика

4.1. Множества и соответствия.

Множества. Способы задания множеств. Операции над множествами, свойства операций. Соответствия между множествами. Прямое произведение множеств. Способы задания соответствий. Композиция соответствий. Отображения, их свойства. Функциональные отображения. Отношения на множестве. Бинарные отношения. Замыкание отношений. Отношения эквивалентности и порядка.

4.2. Элементы математической логики.

Высказывания и логические связки. Формулы логики высказываний. Общеизвестные, выполнимые и противоречивые формулы. Основные законы логики. Булевы функции. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Упрощение формы записи логических функций. Булева алгебра и теория множеств. Полные системы логических функций. Полином Жегалкина. Предикаты.

4.3. Элементы теории графов.

Основные понятия теории графов. Определения графов различного типа. Изоморфизм. Матричные и числовые характеристики графов. Части графа. Маршруты и связность. Вершинная связность и реберная связность. Деревья и циклы. Минимальные маршруты в нагруженных графах. Экстремальные графы. Некоторые прикладные задачи теории графов.

5. Дифференциальные уравнения

5.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.

Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.

Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом производений Бернулли.

5.2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n -го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.

5.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

5.4. Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

5.5. Решение дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами Дифференциальное уравнение Эйлера. Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений.

5.6. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

6. Теория вероятностей

6.1. Введение. Элементы комбинаторики. Правила суммы и произведения комбинаторики. Соединения (размещения, перестановки, сочетания).

Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое,

статистическое и геометрическое определения вероятности появления события.

6.2. Алгебра событий. Теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий, теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Формулы полной вероятности, Байеса и Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

6.3. Случайные величины. Понятие закона распределения дискретной случайной величины и способы его описания. Основные законы распределения дискретной случайной величины (гипергеометрический, биномиальный, распределение Пуассона).

6.4. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин, их вероятностный смысл и свойства.

6.5. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения. Плотность вероятностей. Связь между интегральной функцией распределения и плотностью вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

Основные законы распределения непрерывных случайных величин. Равномерный, показательный законы. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на произвольный конечный интервал, на интервал, симметричный относительно среднего значения. Правило трех сигм.

6.6. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

6.7. Двумерная случайная величина. Закон распределения двумерной случайной величины. Функция распределения. Вероятность попадания в заданную область. Двумерная плотность вероятности, ее свойства. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционные моменты.

7. Математическая статистика

7.1. Основные задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка. Типы выборок. Статистическое распределение выборки. Построение эмпирической функции распределения выборки, полигона и гистограммы относительных частот.

7.2. Точечные оценки параметров распределения. Требования к оценкам: несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочная средняя. Выборочная и исправленная дисперсии. Упрощенные методы расчета статистических характеристик выборки.

7.3. Интервальные оценки. Доверительный интервал для математического ожидания при известном среднем квадратическом отклонении. Распределение Стьюдента. Доверительный интервал для выборочной средней при неизвестном среднем квадратическом отклонении. Случай малой выборки

7.4. Задача оценки правдоподобия статистических гипотез.

Проверка правдоподобия статистических гипотез. Понятия статистической гипотезы (простой и сложной), нулевой и конкурирующей гипотезы, ошибок первого и второго рода, уровня значимости, статистического критерия,

критической области, области принятия гипотезы. Критерий χ^2 Пирсона. Проверка гипотезы о нормальном законе распределения. Критерий Колмогорова. Проверка гипотезы о принадлежности двух выборок одной совокупности.

7.5. Элементы корреляционного и регрессионного анализа. Определение параметров линейной среднеквадратической регрессии методом наименьших квадратов. Определение выборочных коэффициентов корреляции и регрессии.

Основные навыки и умения, приобретаемые в результате изучения программы

Умение решать стандартные задачи в области профессиональной деятельности с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа, дискретной математики, вероятностно – статистических методов, математического моделирования.

Рекомендуемая литература

Основная

1. Зубков В.Г. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. / В.Г. Зубков В.Г., В.А. Ляховский, А.И. Мартыненко, В.Б. Миносцев, Е.А. Пушкарь. - М.: МГИУ, 2012.
2. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Б.Ю. Кудрявцев, В.И. Матяш, В.В. Показеев, Г.В. Черкесова. - М.: МГТУ «МАМИ», 2009. [<http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog>. Электронный ресурс.]
3. Бугров Я.С. Высшая математика. Ряды. Функции комплексного переменного. В 3 томах. Том 3. В 2 книгах. книга 2. Учебник для академического бакалавриата, 7-е изд., стереотипное/ Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - М.: Изд-во «Юрайт», 2016. 220 с.
4. Курс лекций. Элементы дискретной математики: учебное пособие // В.В. Показеев, Г.В. Черкесова, В.И. Матяш, М.Н. Кирсанов. М.: 2006. 239 с.
5. Матяш В.И. Элементы дискретной математики. Основные понятия и определения/ В.И. Матяш. - М.: МАМИ, 2005. 176 с.
6. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и операционное исчисление. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей/ Е.А. Коган. - М.: 2006. 140 с.
7. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебное пособие / Е.А. Коган. М.: ИНФРА-М, 2020. 293 с. – (Высшее образование: Бакалавриат).
<http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog>. Электронный ресурс.
8. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 12-е изд. стер. М.: Юрайт, 2013; 1999, 139 экз.

б) дополнительная литература:

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов: учебник, в 2-х томах / Н. С. Пискунов. - М.: Интеграл - Пресс, 2009 – 416, 544 с.
2. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – 340с. [<http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyu-katalog>. Электронный ресурс.]
3. Демидович Б.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. - М.: Изд-во «Лань», 2019. 280 с.
4. Коган Е.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник/ Е.А. Коган А.А. Юрченко. - М.: ИНФРА-М, 2019. – 250 с.
5. Пустовойтов Н.Н. Ряды. Дискретная математика. Методические указания для студентов дневного отделения/ Н.Н. Пустовойтов. - М.: МГТУ «МАМИ», 2010. 64 с.

Программу разработали:

Андреев С.Н. – доктор физико – математических наук, заведующий кафедрой «Математика».

Коган Е.А. – кандидат физико – математических наук, доцент, доцент кафедры «Математика».