МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет химической технологии и биотехнологии

УТВЕРЖДАЮ
Декан
________ / А.С. Соколов /
«15» февраля 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математические методы моделирования физических процессов»

Направление подготовки
16.03.03 Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения

Профиль
Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения

Квалификация
бакалавр

Формы обучения
очная

Москва, 2024 г.

Разработчик:

Канд. физ.-мат. наук, доцент _______________ /Е.А. Коган/

И.о. зав. кафедрой «Математика»,
канд. физ.-мат. наук _______________ /Н.В. Васильева/

Согласовано:
Заведующий кафедрой «Техника низких температур»,
к.т.н. / Д.А. Некрасов /

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Математические методы моделирования физических процессов» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Математические методы моделирования физических процессов» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Математические методы моделирования физических процессов» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 16.03.03 (уровень бакалавриата) по направлению подготовки «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения», утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 01.06.2020 г. N 698.

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2. Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности	ИОПК-2.1. Использует основные законы естественнонаучных дисциплин, а также правила построения технических схем и чертежей, ИОПК-2.2. Знает принципиальные особенности моделирования математических, физических и химических процессов, предназначенные для конкретных технологических процессов, ИОПК-2.3. Участвует, со знанием дела, в работах по совершенствованию производственных процессов с использованием экспериментальных данных и результатов моделирования

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические и естественно-научные дисциплины».
Дисциплина базируется на следующих, пройденных дисциплинах:

- линейная алгебра.
- математический анализ.
- физика;
- электротехника и электроника;
- основы программирования;
- теоретическая механика;
- механика жидкости и газа;
- сопротивление материалов;
- термодинамика;
- тепломассообмен;
- теория механизмов и машин;
- прочность машин и агрегатов;
- системы автоматизированного расчета и анализа;
- экономика и организация производства.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы -72 часа.

3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестр 3
1	**Аудиторные занятия**	36	36
	В том числе:		
1.1.	Лекции	18	18
1.2.	Семинарские/практические занятия	18	18
1.3	Лабораторные занятия	-	-
2	**Самостоятельная работа**	36	36
3	**Промежуточная аттестация**		
	Зачет	З	З
	Итого	72	72

3.2. Тематический план изучения дисциплины

Размещён в приложении 1 к рабочей программе.

3.3. Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами. Понятие математической модели, их классификация. Основные принципы математического моделирования.

Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.

Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка различного типа.

Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения. Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановки задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.

Тема 3. Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Теорема о структуре общего решения линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 4. Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Тема 5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Теоремы об эквивалентности дифференциального уравнения n-го порядка и нормальной системы n дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения в частных производных (уравнения математической физики)

Тема 1. Постановка основной задачи гармонического анализа. Ортогональность тригонометрических функций. Разложение в ряд Фурье функций с периодом $T=2\pi$. Формулы коэффициентов Фурье. Условия Дирихле. Теорема о разложимости периодических функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом. Особенности разложения непериодических функций, понятие их периодического продолжения.

Применение тригонометрических рядов Фурье для решения краевых задач.

Тема 2. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач для них, их физический смысл.

Тема 3. Решение волнового уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных. Задача о малых свободных колебаниях струны, физический анализ решения. Стоячие волны

Тема 4. Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям. Задача о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений и при неоднородных начальных условиях.

Тема 5. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных.

3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Математические методы моделирования физических процессов»

№ п/п	Тема занятия
1	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (оду) первого порядка различного типа
2	Интегрирование оду высших порядков методом понижения порядка
3	Решение линейных однородных д.у. n –го порядка с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальной системы решений в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
4	Решение линейных неоднородных д.у. n-го порядка с постоянными коэффициентами методом подбора для различных специальных видов правой части
5	Решение линейных неоднородных д.у. второго порядка с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных.
6	Решение нормальных систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения неизвестных.
7	Применение тригонометрических рядов Фурье к решению краевых задач для оду.
8	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных для различных вариантов граничных условий
9	Контрольное тестирование по курсу.

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 16.03.03. Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения,.2020. N 698.
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 16.03.03. Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения. Профиль: Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения. Форма обучения – очная. 2023.
3. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
4. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2. Основная литература

1. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие. М. Изд-во «Лань», 2019. 280 с.
2. Лесин В.В. Уравнения математической физики: Учебник М.: Изд-во «ИНФРА-М», 2017. 240 с.

4.3. Дополнительная литература

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009. 180 экз.

2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б. Курс высшей математики: Учебное пособие для втузов. Часть II. М.: МГИУ, 2007. 527 с. https://e.lanbook.com/
3. Коган Е.А. Обыкновенные дисциплине дифференциальные уравнения и операционное исчисление. Учебное пособие по «Математика» для студентов всех специальностей. М. 2006. 693 экз.
4. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление в приложении к расчёту автомобильных конструкций. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. М.: МАМИ, 2010. 200 экз. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
5. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики М.: Наука, 2-е изд. 1969, 288 с.
6. Коган Е.А., Лопаницын Е.А. Ряды Фурье и дифференциальные уравнения математической физики. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей и направлений подготовки дипломированных спе5циалистов и бакалавров очного отделения. М.,2012. 400 экз.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2007.

4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

Дифференциальные уравнения	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=4396
Уравнения математической физики	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3313
Основы вариационного исчисления	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=476

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1.
Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (http://mospolytech.ru/index.php?id=4486,
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822).
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.*
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	AstraLinuxCommonEdition	ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036
2	МойОфис	ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

№	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
	StackOverflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
	WebofScienceCoreCollection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ёе проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 6.2 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

6.1.1. Образовательные технологии

Возможно проведение занятий и аттестаций в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п.4.4).
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.
Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Задача интегрирования дифференциального уравнения первого порядка совместно с начальным условием называется начальной задачей или задачей Коши.

Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.

При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.

Для дифференциальных уравнений n – го порядка обязательно знать постановки задачи Коши, краевой задачи, задачи на собственные значения.

В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям n – го порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов), обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

Уравнения математической физики

Раздел математики, посвященный уравнениям математической физики, является чрезвычайно важным для приложений, так как большинство физических процессов различной природы моделируется именно линейными дифференциальными уравнениями в частных производных.

Применение классического метода решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных (изучение таких уравнений второго порядка и составляет предмет математической физики) – метода разделения переменных предполагает использование тригонометрических рядов Фурье (одинарных и двойных). Этот раздел не излагался студентам на первом курсе при изучении дисциплины «Математический анализ». Поэтому изучение раздела, посвященного уравнениям математической физики начинается с основ гармонического анализа – теории рядов Фурье.

В этом разделе курса следует обратить внимание на замечательную особенность тригонометрических синусов и косинусов – их ортогональность, знать условия разложимости функции в ряд Фурье, четко различать различные случаи разложимости функции в ряд Фурье в зависимости от вида функции, от интервала, на котором она определена. Полезно при этом начинать с построения графика функции – тогда сразу будет ясно, является ли она четной или нечетной или произвольного вида.

При изучении уравнений математической физики следует, прежде всего обратить внимание на классификацию уравнений. Всё многообразие уравнений математической физики может быть разделено на три класса. Уравнения каждого класса обладают общими свойствами решений. В каждом из этих классов есть простейшее уравнение, называемое *каноническим*. Принадлежность уравнения к тому или иному классу определяется соотношением между коэффициентами при старших производных.

Особое внимание надо обратить на постановки начально-краевых задач для уравнений гиперболического, параболического типов и краевых задач для уравнений эллиптического типа.

Любое дифференциальное уравнение математической физики имеет бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения необходимо задание дополнительных условий, которые позволяют однозначно описать конкретный физический процесс. Количество и вид этих условий зависят от характера и порядка производных, входящих в уравнение, от формы области, в которой ищется решение уравнения, от характера взаимодействия рассматриваемого тела (или процесса в выделенном теле) с окружающей средой. В общем случае дополнительными условиями могут быть *начальные* и *граничные условия*.

Начальные условия описывают состояние объекта в начальный момент времени. Для уравнения гиперболического типа ставятся два начальных условия соответственно второму порядку производной по времени, входящей в уравнение. Они характеризуют величины отклонений и скоростей точек объекта (струны, стержня и др.) в начальный момент времени. Для уравнения параболического типа ставится одно начальное условие, что соответствует первому порядку производной по времени (если искомая функция в уравнении теплопроводности $u(x,t)$ – температура в произвольном сечении стержня в любой момент времени t, то начальным условием задаётся распределение температуры по длине стержня в начальный момент времени $t = 0$).

Граничные условия для волнового уравнения (если оно описывает, например, поперечные колебания струны конечных размеров) характеризуют поведение концов струны в процессе колебаний и зависят от характера их закрепления.

Для уравнения теплопроводности стержня граничные условия имеют существенно различный вид в зависимости от характера теплообмена концов стержня с окружающей средой.

Для уравнения эллиптического типа, как и для уравнения параболического типа, также различают разные краевые задачи в зависимости от условий на контуре рассматриваемой области.

Поэтому постановка задачи математической физики включает задание дифференциального уравнения в частных производных, описывающего исследуемый процесс, а также в общем случае граничных и начальных условий, позволяющих получить единственное решение.

Если задача математической физики поставлена корректно, то её решение существует, единственно и устойчиво к малым изменениям исходных данных.

Требование непрерывной зависимости решения от исходных данных обусловлено тем, что физические данные, характеризующие начальное состояние системы, определяются, как правило, экспериментально, и всегда с некоторой погрешностью. Поэтому необходима уверенность в том, что малая погрешность в исходных данных будет приводить лишь к малой погрешности в решении, то есть решение задачи не должно существенно зависеть от погрешностей измерений.

Из-за ограниченности объема курса рассматриваются, в основном, метод разделения переменных Фурье и его модификация для решения неоднородных уравнений – метод разложения по собственным функциям однородной задачи. Студенту надо осмыслить идею метода разделения переменных – сведение задачи для дифференциального уравнения в частных производных к принципиально более простой задаче решения независимых друг от друга обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (причем важно, что разделение переменных происходит и в граничных условиях). Надо обратить внимание на единство подхода к решению уравнений различного типа. Так, при решении однородных уравнений методом разделения переменных и для гиперболических, и для параболических и для эллиптических уравнений на первом этапе решение сводится к задаче на собственные значения (задаче Штурма-Лиувилля).

При решении неоднородных уравнений методом разложения по собственным функциям также сначала решается однородная краевая задача, что позволяет найти собственные функции, удовлетворяющие граничным условиям. По ним далее и раскладываются в ряды искомые функции и правые части уравнений, что приводит (при решении волнового уравнения и уравнения теплопроводности) к задаче Коши для неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений.

7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств представлен в Приложении 2 к рабочей программе и включает разделы:

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения.
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения.
3. Оценочные средства.

3.1. Текущий контроль.

3.2. Промежуточная аттестация.

Приложение 1

Тематический план дисциплины «Математические методы моделирования физических процессов»
по направлению подготовки
16.03.03 Холодильная криогенная техника и системы жизнеобеспечения
Образовательная программа (профиль)
«Холодильная криогенная техника и системы жизнеобеспечения»
(Бакалавр)
Очная форма обучения

п/п	**Раздел**	**Семестр**	**Неделя Семестра**	**Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах**					**Виды самостоятельной работы Студентов**					**Формы аттестации**	
				Л	**П/С**	**Лаб**	**СРС**	**КСР**	**К.Р.**	**К.П.**	**РГР**	**Реферат**	**К/р**	**Э**	**З**
Первый семестр															
Третий семестр															
3.1	**Тема 1.** Понятие математической модели, их классификация Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений (о.д.у.) первого порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности ее решения Понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов. Геометрический смысл общего интеграла д.у 1-го порядка	3	1	2			2								
3.2	Методы интегрирования оду первого порядка различного типа (уравнений с разделенными и разделяющимися перемен-	3	2		2		2				+				

	ными, однородных) **<u>Выдача заданий первой части РГР *по о.д.у.*</u>**														
3.3	Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли Метод вариации произвольной постоянной, метод произведений Бернулли	3	3	2			2								
3.4	Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Постановка задачи Коши, краевой задачи.	3	4		2										
3.5	Интегрирование оду высших порядков методом понижения порядка	3	4	2			2								
3.6	Линейные однородные д.у. n –го порядка. Общие свойства решений. Теорема о структуре общего решения линейных однородных д.у. n –го порядка. Построение фундаментальной системы решений для уравнений с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.	3	6		2		2								
3.7	Линейные неоднородные д.у. *n*-го порядка. Теорема о структуре общего решения. Метод подбора частного решения.	3	7	2			2								
3.8	Решение линейных неоднородных д.у. *n*-го порядка с постоянными коэффициентами методом подбора для различных специальных видов правой части	3	8		2		2								
3.9	Линейные неоднородные д.у. второго порядка с постоянными коэффициентами с произвольной непрерывной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.	3	9	2			2								
3.10	Краевые задачи. Задачи на собственные	3	10		2		2						+		

	значения. **Контрольная работа по линейным д.у. n-го порядка**														
3.11	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение нормальных систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения неизвестных.	3	11	2			2								
3.12	Постановка основной задачи гармонического анализа. Ортогональность тригонометрических функций. Разложение в ряд Фурье функций с периодом $T=2\pi$. Условия Дирихле. Теорема о разложимости периодических функций в ряд Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом. Особенности разложения непериодических функций	3	12		2		2								
3.13	Применение тригонометрических рядов Фурье к решению краевых задач для оду.	3	13	2			2								
3.14	**Раздел 2. Дифференциальные уравнения математической физики.** Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач. **Выдача второй части РГР по уравнениям математической физики**	3	14		2		2				+				
3.15	Решение однородного волнового уравнения с однородными граничными усло-	3	15	2			2								

	виями методом разделения переменных на примере задачи о свободных малых колебаний струны. Физическое истолкование решения.														
3.16	Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям. Задача о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений	3	16		2		2								
3.17	Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных	3	17	2			2								
3.18	**Контрольное тестирование**	3	18		2		2						+		
	Форма аттестации		**19-21**												**З**
	Всего часов по дисциплине в третьем семестре.			**18**	**18**		**36**				**1 РГР**		**2 Кон-тр. раб.**		

Приложение 2

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Математические методы моделирования физических процессов»

Направление подготовки: 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения».
Профиль: «Направленность (профиль) «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения».

Кафедра: «Математика».

1.Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:
- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Форма промежуточной аттестации: зачет

Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено».

Шкала оценивания	**Описание**
Зачтено	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, *предусмотренные программой дисциплины.* Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Не зачтено	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, *предусмотренные программой дисциплины*, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании

	знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

3. Оценочные средства

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Контрольные задания
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос, собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Вариант теста
5	Билеты к зачету (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Билеты к зачету

3.1.Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Содержание расчетно-графической работы по дифференциальным уравнениям.

Методы решений дифференциальных уравнений различного типа.

Вариант задания

Решить уравнения:

2. $\sqrt{4+y^2}\,\mathrm{dx}-\mathrm{ydy}=x^2\,\mathrm{ydy}$,

3. $2\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}=\frac{y^2}{x^2}+\frac{8y}{x}+8$,

Решить задачи Коши для уравнений:

6. $\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}=\frac{2}{x^3}-\frac{3y}{x}$, $y(1)=1$,

7. $4y'+x^3y=\left(x^3+8\right)e^{-2x}y^2, \qquad y(0)=1.$

8. Решить уравнение: $\quad x^2y'''+xy''=\dfrac{1}{\sqrt{x}}.$

Решить уравнения:

10. $y''''+y'''=x,$

11. $y'''+5y''+7y'+3y=(16x+20)e^x,$

12. $y''+25y=2\cos 5x-\sin 5x+e^{5x},$

13. $y''-3y'+2y=\dfrac{1}{\left(3+e^{-x}\right)}.$

14. Решить краевую задачу: $\quad y''+2y'+5y=-3\sin 2x, \quad y(0)=1, \quad y\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=0.$

15. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи:
$y''+\lambda^2y=0, \quad y(0)=0, \quad y'(b)=y(b).$

Решить системы уравнений:

19. $\{z'=y-z,$ 20. $\{y'=4y-3z+\sin x,$

Контрольная работа №1

по обыкновенным дифференциальным уравнениям первого порядка

Решить уравнения

Вариант 1

1) $xy'=\mathrm{xe}^{-y/x}+y$
2) $x^2\mathrm{dy}-(2\,\mathrm{xy}+3)\mathrm{dx}=0$
3) $\left(1+y^2\sin 2x\right)\mathrm{dx}-y\cos 2\mathrm{xdy}=0$

Вариант 2

1) $xy'=x\sin\dfrac{y}{x}+y$
2) $xy'-y=e^{-x^2}y^3$
3) $\left(6y^2+3x^2y+1\right)y'-3\mathrm{xy}^2+x^2=0$

Вариант 3

1) $xy'=\sqrt{x^2+y^2}+y$
2) $\sin x\cdot y'=-y\cos x-\sin x$
3) $(\mathrm{xy}+\sin y)\mathrm{dx}+\left(\dfrac{x^2}{2}+y^2+x\cos y\right)\mathrm{dy}=0$

Контрольная работа № 2

по обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям

***n*-го порядка**

Вариант 1

Решить уравнения

1) $y'''-4y''=1-12x^2$

2) $y''+\dfrac{y}{\pi^2}=\dfrac{1}{\pi^2\cos\dfrac{x}{\pi}}$

3) Указать вид частного решения уравнения
$y''+6y'+9y=e^{-x}(x-3)\sin 2x$

Вариант 2

Решить уравнения

1) $y''+4y=10\sin 2x$

2) $y''+4y'+4y=\frac{e^{-2x}}{x}$

3) Указать вид частного решения уравнения
$y''-6y'+13y=e^{3x}(\cos 2x-2\sin 2x)$

Вариант 3

Решить уравнения

1) $y''+2y'-3y=e^{x}-\cos x$

2) $y''+y=\mathrm{ctgx}$

3) Указать вид частного решения уравнения
$y''-6y'+18y=\mathrm{xe}^{3x}\cos 3x$

Вариант теста по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ЗАДАНИЕ 1.

Установите соответствие между номером уравнения и его типом

1) $xy'+2y=x^4\sin 2x$ 2) $(1+y^2\sin 2x)\mathrm{dx}-2y\cos^2\mathrm{xdy}=0$

3) $y'-\frac{4y}{x}=2x\sqrt{y}$ 4) $y\sqrt{3+2x^2}\,y'=x\sqrt{3+2y^2}$.

- уравнение с разделяющимися переменными,
- линейное дифференциальное уравнение,
- уравнение в полных дифференциалах,
- уравнение Бернулли,
- уравнение, приводящееся к однородному.

ЗАДАНИЕ 2.

Дано уравнение первого порядка $(5\mathrm{xy}^2+x^3)\mathrm{dx}-(y^2-5x^2y)\mathrm{dy}=0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешенному относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3.

Дано дифференциальное уравнение $y'=(2k+3)x^4$, тогда функция $y=2x^5$ является его решением при k, равном:

Ответ	

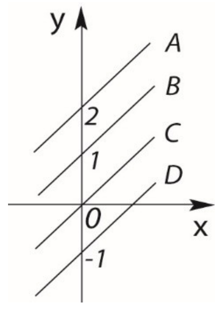
ЗАДАНИЕ 4.

Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2\mathrm{dy}=\frac{\mathrm{dx}}{x^2}$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy'=y-1;\ y(1)=2$.



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) A 2) B 3) C 4) D.

ЗАДАНИЕ 6.
Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y''=x^2+x$. Тогда общее решение уравнения имеет вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $y=\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{3}x^3+C_1x+C_2$ 2) $y=\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{6}x^3+C_1x+C_2$
3) $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{3}x^3+C_1x+C_2$ 4) $y=6x^4+2x^3+C_1x$.

ЗАДАНИЕ 7.
Решение задачи Коши $y''=2x+1$, $y(0)=y'(0)=0$ имеет вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $y=\frac{x^3}{3}+x^2$ 2) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}$ 3) $y=\frac{x^3}{6}+x^2$ 4) $y=\frac{x^3}{2}-x$.

ЗАДАНИЕ 8.
Дано дифференциальное уравнение второго порядка $2xy''-y'=0$, тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9.
Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y''\operatorname{ctg}4x+4y'=0$, тогда его общее решение имеет вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y=0,25C_1\sin 4x+C_2$ 2) $y=-C_1\cos 4x+C_2$
3) $y=C_1\sin 4x+C_2$ 4) $y=-C_1\sin 4x+C_2$.

ЗАДАНИЕ 10.
Корни характеристического уравнения равны $k_1=k_2=-1$, $k_{3,4}=\pm 2$, тогда фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $y_1=e^x, y_2=e^{2x}, y_3=\cos 3x, y_4=\sin 3x$
2) $y_1=e^{-x}, y_2=e^{-2x}, y_3=e^{3x}, y_4=e^{-3x}$
3) $y_1=e^x, y_2=e^{2x}, y_3=\cos 3x, y_4=-\sin 3x$
4) $y_1=e^{-x}, y_2=\mathrm{xe}^{-x}, y_3=e^{2x}, y_4=e^{-2x}$.

ЗАДАНИЕ 11.
Корни характеристического уравнения равны $k_1=k_2=5, k_{3,4}=5\pm i$. тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12.
Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1=1, y_2=x, y_3=x^2$. Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=2, y'(0)=-1$,
$y''(0)=-2$, равно:
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y=2+x-x^2$ 2) $y=2-x-2x^2$ 3) $y=2-x-x^2$ 4) $y=2-x-0{,}5x^2$.

ЗАДАНИЕ 13.

Функция $y=C_1e^x+C_2xe^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2-1=0$ 2) $k^2-k=0$ 3) $k^2+2k+1=0$ 4) $k^2-2k+1=0$.

ЗАДАНИЕ 14.

Общее решение дифференциального уравнения $y''+4y'+3y=0$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y''-3y'+2y=2x-1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_{□}=Ax^2+Bx$ 2) $y_{□}=Ax+B$ 3) $y_{□}=Ax$ 4) $y_{□}=Ax^2+Bx+C$. .

ЗАДАНИЕ 16.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $2y''+y'+2y=xe^x\sin 2x$. Записать вид частного решения с неопределенными коэффициентами

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y''+4y=2\operatorname{ctg}2x$. В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 20.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\{y_1'=3y_2,$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\{y_1=C_1e^{2x}+C_2e^{-3x},$ 2) $\{y_1=C_1e^{-2x}+C_2e^{-3x},$

3) $\{y_1=C_1e^{2x}+C_2e^{3x},$ 4) $\{y_1=C_1e^{-2x}+C_2e^{3x},$

Расчетно-графическая работа (РГР) по уравнения математической физики

Вариант

1. Разложить функцию

$$y=\begin{cases} 0 & \text{при } -3\le x<0 \\ 2x/3 & \text{при } 0\le x<3/2 \\ 0 & \text{при } 3/2\le x\le 3 \end{cases}$$

в ряд Фурье:

- построить график заданной функции на отрезке её определения;
- вычислить коэффициенты её ряда Фурье;
- записать ряд Фурье для заданной функции;

- построить график полученного ряда Фурье на отрезке определения заданной функции.

2. В виде ряда Фурье найти решение $y = y(x)$ краевой задачи

$$y''=q(x),(0\le x\le 3),\ y(0)=0,\ y'(3)=0,$$

где $q(x)$ – ограниченная, кусочно-непрерывная на отрезке [0, 3] функция

3. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},(0\le x\le 3,t\ge 0),$$

$$u(0,t)=u(3,t)=0,u(x,0)=(x\,\text{при}\,0\le x\le 3/2,.$$

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+(1-x)\sin 2t,(0\le x\le 1,t\ge 0),$$

$$u(0,t)=u(1,t)=0,u(x,0)=\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0.$$

Вариант тестового задания по уравнениям математической физики

ЗАДАНИЕ 1

Для функции $f(x)$ с периодом $T=4$ справедливо равенство

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x/4)=f(x)$ 2) $f(4x)=f(x)$
3) $f(x+4)=f(x)$ 4) $f(x+2)=f(x)$.

ЗАДАНИЕ 2

Укажите функции с периодом $T=2$ из перечисленных ниже.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $y=\sin 2\pi x$ 2) $y=\text{ctg}\,2\pi x$ 3) $y=\cos\pi x$ 4) $y=\text{tg}(\pi x/2)$.

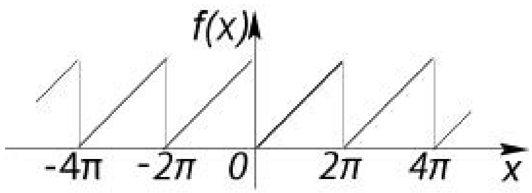
ЗАДАНИЕ 3

Какая из перечисленных ниже функций описывает гармонические незатухающие колебания? Укажите смысл параметров: A, ω, ϕ.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x)=A\cos(\omega x+\phi)$
2) $f(x)=A/(\omega x+\phi)$ 3) $f(x)=A(\omega x+\phi)$ 4) $f(x)=A(\omega x+\phi)^2$.

ЗАДАНИЕ 4

Функция $f(x)$ при $x\in[0,2\pi]$ и её периодическое продолжение показаны на рисунке



Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty} b_n\sin nx$ 2) $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos nx$ 3) $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 4) $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} b_n\sin nx$.

ЗАДАНИЕ 5

Дана функция $f(x)=2x^2, x\in[-l,l]$. Тогда коэффициент b_3 разложения функции $f(x)$ в ряд Фурье равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=\{-1\,\text{при}\,-1\le x<0,$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Найдите решение краевой задачи $y''=q(x),\,y(0)=0,\,y(2)=0$ в виде ряда Фурье, если $q(x)=q_0=\text{const}$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

К какому типу относится линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+8\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+2\frac{\partial u}{\partial y}+3u=0?$$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9

Уравнение $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=10^4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ (u(x,t)[м];0\le x\le l,t\ge 0)$ описывает малые свободные поперечные колебания струны. Концы струны закреплены неподвижно. Найдите основную частоту ω $[1/\text{сек}]$ собственных колебаний струны, если длина струны $l=50м$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 10

Найдите коэффициент температуропроводности a^2 $[м^2/\text{сек}]$ в уравнении теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,t\ge 0),$$

если коэффициент теплопроводности материала $k=50\,\text{Дж}/(м\cdot\text{град}\cdot\text{сек})$, удельная теплоемкость $c=500\,\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{град})$, удельная плотность материала стержня $\rho=7000\,\text{кг}/м^3$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,t\ge 0)$$

$$u(0,t)=0,u(l,t)=0,\,u(x,0)=f(x),\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\phi(x)$$

имеет вид $u(x,t)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n\cos\frac{n\pi\,\text{at}}{l}+B_n\sin\frac{n\pi\,\text{at}}{l}\right)\sin\frac{n\pi x}{l},$

где A_n и B_n - произвольные постоянные:

$$A_n=\frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}\,\text{dx},\quad B_n=\frac{2}{n\pi a}\int_0^l \phi(x)\sin\frac{n\pi x}{l}\,\text{dx}.$$

Запишите решение задачи при $a=4,l=2,f(x)=1,\phi(x)=0$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12

Дано неоднородное волновое уравнение $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t)$ при однородных граничных и начальных условиях

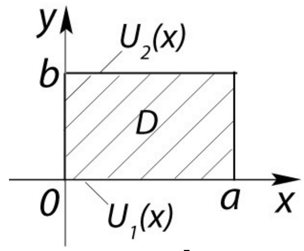
$$u(0,t)=u(8,t)=0,\quad u(x,0)=\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0.$$

Найдите (с точностью до множителя) собственные функции задачи.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 13

Общее решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ в прямоугольной области $D: 0\le x\le a, 0\le y\le b$, при однородных граничных условиях на вертикальных сторонах области $u(0,y)=0, u(a,y)=0$



имеет вид $u(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\alpha_n \operatorname{sh}\dfrac{n\pi(b-y)}{a}+b_n \operatorname{sh}\dfrac{n\pi y}{a}\right]\sin\dfrac{n\pi x}{a}\left(\operatorname{sh}\dfrac{n\pi b}{a}\right)^{-1}$,

где $\alpha_n=\dfrac{2}{a}\int_0^a U_1(x)\sin\dfrac{n\pi x}{a}\,\mathrm{dx}$, $\quad b_n=\dfrac{2}{a}\int_0^a U_2(x)\sin\dfrac{n\pi x}{a}\,\mathrm{dx}$.

Найдите значение функции $u(x,y)$ в центре области при $a=6$, $b=4$, если

$$U_1(x)=(x \text{ при } 0\le x\le 3,,\quad U_2(x)=0.$$

Ответ	

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанном кафедрой «Математика» онлайн-курсе «Дифференциальные уравнения» имеются промежуточные (пробные) тесты.

3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация - (зачет) проводится по билетам в устной форме.
Время для подготовки ответа на вопросы не более 45 мин.
Билет включает один теоретический вопрос и задачи.
Комплекты билетов хранятся на кафедре «Математика».
Типовые варианты билетов прилагаются.

Комплект вопросов
по разделу **«Обыкновенные дифференциальные уравнения»**

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.
2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений n-го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.
13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n - го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида
    $f(x)=P_n(x)e^{\alpha x}$, $\quad f(x)=M\cos\beta x+N\sin\beta x$,
    $$f(x)=P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x+Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x.$$
16. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
17. Постановка и решение задачи на собственные значения.
18. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения n-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

Вопросы по рядам Фурье

1. Дайте определение основной тригонометрической системы функций.
2. Тригонометрические синусы и косинусы ортогональны на промежутке $[-\pi,\pi]$, если……………………………………………………………..
3. Как ставится основная задача гармонического анализа ?
4. Запишите ряд Фурье для функций с периодом $T=2\pi$.
5. Условия Дирихле.
6. Сформулируйте теорему о разложимости функции в ряд Фурье.
7. Запишите ряд Фурье для четных функций с периодом $T=2\pi$.

8. Запишите ряд Фурье для нечетных функций с периодом $T=2\pi$.
9. Запишите ряд Фурье для функций с произвольным периодом $T=2l$.
10. Запишите ряд Фурье для четных функций с произвольным периодом $T=2l$.
11. Запишите ряд Фурье для нечетных функций с произвольным периодом $T=2l$.
12. Как осуществляется разложение в ряд Фурье непериодических функций?
13. Как осуществляется разложение в ряд Фурье функций, заданных на интервале (*0, l*), четным образом?
14. Как осуществляется разложение в ряд Фурье функций, заданных на интервале (*0, l*), нечетным образом?
15. Применение рядов Фурье к решению краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Вопросы по уравнениям математической физики

1. Классификация уравнений математической физики.
2. Перечислите основные уравнения математической физики и задачи, к ним приводящие.
3. Постановка начально-краевой задачи для однородного волнового уравнения.
4. Решение однородного волнового уравнения методом разделения переменных.
5. Физическое истолкование решения задачи о малых свободных колебаниях струны конечных размеров. Стоячие волны. Собственные частоты колебаний струны.
6. Постановка задачи о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений.
7. Решение неоднородного волнового уравнения методом разложения по собственным функциям.
8. Уравнение Лапласа. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
9. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных (для различных комбинаций граничных условий).
10. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области с помощью двойного тригонометрического ряда Фурье.

Типовой вариант билета к зачету
по дисциплине «Математические методы моделирования физических процессов»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Математические методы моделирования физических процессов»
Курс 2, семестр 3

БИЛЕТ К ЗАЧЕТУ

1. Решить уравнение: $y^{\mathrm{IV}}-2y''+y=2x$.
2. Решить задачу Коши: $y'=\dfrac{y}{1+x^2}+e^{\operatorname{arctg}x},\ y(0)=1$.
3. Найти решение краевой задачи с применением рядов Фурье:
$$y''=q(x),\quad y(0)=y(4)=0;q(x)=\{x\ \text{при}\ 0\le x\le 2,$$

4. Решить начально – краевую задачу: $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.\quad u(0,t)=0,\ \frac{\partial u(9,t)}{\partial x}=0,$

$$u(x,0)=\{0 \text{ при } 0\le x<3\ \{3 \text{ при } 3\le x<6$$

Утверждено на заседании кафедры математики « 03» 05 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой Н.В. Васильева /____________________/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.