МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Транспортный факультет

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана

_______________ /М.Р. Рыбакова/

«15» февраля 2024г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Уравнения математической физики»

Направление подготовки
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Профиль
Транспортная электроника и программируемая сенсорика

Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва 2024 г.

Разработчик

доцент, канд. физ.-матем. наук Е.А. Коган

Зав. кафедрой «Математика»

доцент, канд. техн. наук В.В. Галевко

Согласовано

Зав. кафедрой «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»,

проф., докт. физ.- матем. наук _______________/А.А. Скворцов/

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Уравнения математической физики» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Уравнения математической физики» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Уравнения математической физики» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 13.03.02 (уровень бакалавриата) по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, утверждённым приказом Минобрнауки России (в ред. Приказов Минобрнауки России от 26.11.2020 N 1456, от 08.02.2021 N 83, от 19.07.2022 N 662, от 27.02.2023 N 208):

Код и наименование компетенций	**Индикаторы достижения компетенции**
ОПК - 3. Способен применять соответствующий физико - математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ИОПК-3.1. Использует основные законы естественнонаучных дисциплин, методы алгебры и математического анализа, дифференциального и интегрального исчисления, численных методов; физические явления и законы механики, термодинамики, электричества магнетизма, оптики. ИОПК-3.2. Выполняет анализ и моделирование, теоретические и экспериментальные исследования при решении профессиональных задач с использованием физико-математического аппарата. ИОПК-3.3. Применяет методы выявления проблем в электроэнергетической отрасли с использованием навыков аналитического и экспериментального исследования основных физических законов и технологических процессов.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические и естественно-научные дисциплины».
Дисциплина базируется на следующих, пройденных дисциплинах:

- линейная алгебра;
- математический анализ;
- дифференциальные уравнения и комплексный анализ.

Дисциплина «Уравнения математической физики» логически связана с последующими дисциплинами:
В обязательной части:

- основы механики;
- математический анализ;
- физика;
- сопротивление материалов;
- метод конечных элементов;
- дифференциальные уравнения и комплексный анализ;
- алгоритмизация и программирование;
- электротехника и электроника;
- термодинамика;
- прикладная теория колебаний.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- механика композитных конструкций;
- САПР электронных приборов и устройств.

В части элективных дисциплин:

- численные методы;
- элементы математического моделирования физических процессов.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы -108 часов.

3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

п/п	**Вид учебной работы**	**Количество часов**	**Семестр 4**
	Аудиторные занятия	54	54
	В том числе:		
1.	Лекции	18	18
2.	Семинарские/практические занятия	36	36
	Лабораторные занятия	-	-
	Самостоятельная работа	54	54
	Промежуточная аттестация		
	экзамен	Э	Э
	Итого	108	108

3.2. Тематический план изучения дисциплины

Размещён в приложении 1 к рабочей программе.

3.3. Содержание разделов дисциплины

Введение
Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Гармонический анализ.

Тема 1. Цель изучения раздела – подготовка необходимого математического аппарата для решения уравнений математической физики.

Постановка основной задачи гармонического анализа. Ортогональность тригонометрических функций. Разложение в ряд Фурье функций с периодом $T = 2\pi$. Формулы коэффициентов Фурье. Условия Дирихле. Теорема о разложимости периодических функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом. Особенности разложения непериодических функций, понятие их периодического продолжения. Применение рядов Фурье для решения краевых задач.

Тема 2. Обобщённый ряд Фурье. Ортонормированные системы функций.

Раздел 2. Уравнения математической физики

Тема 1. Основные понятия и определения. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач для них, их физический смысл.

Тема 2. Вывод волнового уравнения. Решение однородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных. Задачи о малых свободных колебаниях струны, о продольных колебаниях стержня.

Тема 3. Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям однородной задачи. Задача о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений и при неоднородных начальных условиях. Редукция общей начально-краевой задачи для неоднородного гиперболического уравнения к задаче с однородными граничными условиями.

Тема 4. Решение однородного волнового уравнения в круговой области. Уравнение и функции Бесселя. Осесимметричные колебания круговой мембраны.

Тема 5. Решения начально-краевых задач для однородного и неоднородного параболического уравнения с однородными и неоднородными граничными условиями. Случай стационарной неоднородности.

Тема 6. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области для различных вариантов граничных условий. Решение неоднородного эллиптического уравнения с однородными граничными условиями. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области в двойных тригонометрических рядах Фурье.

Тема 7. Уравнение Гельмгольца. Решение в круговой области. Задача на собственные значения с условием периодичности. Бигармоническое уравнение. Решение Навье неоднородного бигармонического уравнения – задача об изгибе шарнирно опертой пластины.

3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Уравнения математической физики»

№ п/п	Тема занятия
1	Разложение в ряд Фурье четных и нечетных периодических функций с периодом $T = 2\pi$.

2	Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом.
3	Применение рядов Фурье к решению краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
4	Контрольное тестирование по рядам Фурье.
5	Решение задач о малых свободных поперечных колебаниях струны конечных размеров при различных начальных возмущениях.
6	Решение задачи о малых свободных продольных колебаниях упругого стержня.
7	Решение неоднородного волнового уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям при различных внешних воздействиях.
8	Решение задачи о вынужденных колебаниях струны с учетом начальных возмущений различного типа.
9	Контрольная работа по уравнениям гиперболического типа.
10	Решение начально-краевой задачи для однородного параболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных. Случай стационарной неоднородности.
11	Решение однородного уравнения теплопроводности стержня для случая стационарной неоднородности.
12	Решение неоднородного уравнения теплопроводности стержня.
13	Контрольная работа по уравнениям параболического типа.
14	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных для разных вариантов граничных условий.
15	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных для разных вариантов граничных условий (продолжение).
16	Применение двойных тригонометрических рядов к решению неоднородного уравнения Лапласа в прямоугольной области.
17	Обзорное практическое занятие.
18	Контрольное тестирование.

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 13.03.02. «Электроэнергетика и электротехника» (уровень бакалавриата). Приказ Минобрнауки России от от 27.02.2023 N 208.
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника. Профиль Транспортная электроника и программируемая сенсорика. Форма обучения – очная. 2024.
3. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
4. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2. основная литература

1. Берков Н.А., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений: Учебное пособие. Часть 3. М.: МГИУ, 2011. 505 с. 400 экз.
2. Лесин В.В. Уравнения математической физики: Учебник М.: Изд-во «ИНФРА-М», 2017. 240 с.

4.3. дополнительная литература

1. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики М.: Наука, 2-е изд. 1969, 288 с.
2. Коган Е.А., Лопаницын Е.А. Ряды Фурье и дифференциальные уравнения математической физики. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей и направлений подготовки дипломированных спе5циалистов и бакалавров очного отделения. М.,2012. 400 экз.
3. Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие. Физматлит, 2009. http://www.knigafund.ru/books/207365.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2007.
5. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике (3-е изд.). - М.: Наука, 1979.

4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанного кафедрой «Математика» электронного образовательного ресурса (ЭОР):

Уравнения математической физики	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3313

Разработанный ЭОР включает итоговый тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1 .
Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (http://mospolytech.ru/index.php?id=4486,
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822);
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm*.
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	Astra Linux Common Edition	ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036

2	МойОфис	ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся ни в программе средней школы, ни в классических разделах высшей математики на первом курсе. Однако он вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра.

Вошедшие в курс ряды Фурье и уравнения математической физики практически имеют очень широкое распространение для решения разного рода естественнонаучных задач. Их освоение поможет студентам успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и студенческих научно-технических конференциях и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

5.1.1. Образовательные технологии

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанного кафедрой «Математика» электронного образовательного ресурса (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Применение классического метода решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных (изучение таких уравнений второго порядка и составляет предмет математической физики) – метода разделения переменных предполагает использование тригонометрических рядов Фурье (одинарных и двойных). Этот раздел не излагался студентам на первом курсе при изучении дисциплины «Математический анализ». Поэтому изучение курса уравнений математической физики начинается с основ гармонического анализа – теории рядов Фурье.

В этом разделе курса следует обратить внимание на замечательную особенность тригонометрических синусов и косинусов – их ортогональность, знать условия разложимости функции в ряд Фурье, четко различать различные случаи разложимости функции в ряд Фурье в зависимости от вида функции, от интервала, на котором она определена. Полезно при этом начинать с построения графика функции – тогда сразу будет ясно, является ли она четной или нечетной или произвольного вида.

Раздел математики, посвященный уравнениям математической физики, является чрезвычайно важным для приложений, так как большинство физических процессов различной природы моделируется именно линейными дифференциальными уравнениями в частных производных.

При изучении уравнений математической физики следует, прежде всего обратить внимание на классификацию уравнений. Всё многообразие уравнений математической физики может быть разделено на три класса. Уравнения каждого класса обладают общими свойствами решений. В каждом из этих классов есть простейшее уравнение, называемое *каноническим*. Принадлежность уравнения к тому или иному классу определяется соотношением между коэффициентами при старших производных.

Особое внимание надо обратить на постановки начально-краевых задач для уравнений гиперболического, параболического типов и краевых задач для уравнений эллиптического типа.

Любое дифференциальное уравнение математической физики имеет бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения необходимо задание дополнительных условий, которые позволяют однозначно описать конкретный физический процесс. Количество и вид этих условий зависят от характера и порядка производных, входящих в уравнение, от формы области, в которой ищется решение уравнения, от характера взаимодействия рассматриваемого тела (или процесса в выделенном теле) с окружающей средой. В общем случае дополнительными условиями могут быть *начальные* и *граничные условия*.

Начальные условия описывают состояние объекта в начальный момент времени. Для уравнения гиперболического типа ставятся два начальных условия соответственно второму порядку производной по времени, входящей в уравнение. Они характеризуют величины отклонений и скоростей точек объекта (струны, стержня и др.) в начальный момент времени. Для уравнения параболического типа ставится одно начальное условие, что соответствует первому порядку производной по времени (если искомая функция в уравнении теплопроводности $u(x,t)$ – температура в произвольном сечении стержня в любой момент времени t, то начальным условием задаётся распределение температуры по длине стержня в начальный момент времени $t = 0$).

Граничные условия для волнового уравнения (если оно описывает, например, поперечные колебания струны конечных размеров) характеризуют поведение концов струны в процессе колебаний и зависят от характера их закрепления.

Для уравнения теплопроводности стержня граничные условия имеют существенно различный вид в зависимости от характера теплообмена концов стержня с окружающей средой.

Для уравнения эллиптического типа, как и для уравнения параболического типа, также различают разные краевые задачи в зависимости от условий на контуре рассматриваемой области.

Поэтому постановка задачи математической физики включает задание дифференциального уравнения в частных производных, описывающего исследуемый процесс, а также в общем случае граничных и начальных условий, позволяющих получить единственное решение.

Если задача математической физики поставлена корректно, то её решение существует, единственно и устойчиво к малым изменениям исходных данных.

Требование непрерывной зависимости решения от исходных данных обусловлено тем, что физические данные, характеризующие начальное состояние системы, определяются, как правило, экспериментально, и всегда с некоторой погрешностью. Поэтому необходима уверенность в том, что малая погрешность в исходных данных будет приводить лишь к малой погрешности в решении, то есть решение задачи не должно существенно зависеть от погрешностей измерений.

Из-за ограниченности объема курса рассматриваются, в основном, метод разделения переменных Фурье и его модификация для решения неоднородных уравнений – метод разложения по собственным функциям (однородной задачи). Студенту надо осмыслить идею метода разделения переменных – сведение задачи для дифференциального уравнения в частных производных к принципиально более простой задаче решения независимых друг от друга обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (причем важно, что разделение переменных происходит и в граничных условиях). Надо обратить внимание на единство подхода к решению уравнений различного типа. Так, при решении однородных уравнений методом разделения переменных и для гиперболических, и для параболических и для эллиптических уравнений на первом этапе решение сводится к задаче на собственные значения (задаче Штурма-Лиувилля).

При решении неоднородных уравнений методом разложения по собственным функциям также сначала решается однородная краевая задача, что позволяет найти собственные функции, удовлетворяющие граничным условиям. По ним далее и раскладываются в ряды искомые функции и правые части уравнений, что приводит (при решении волнового уравнения и уравнения теплопроводности) к задаче Коши для неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Следует также обратить внимание на то, что решение методом разделения переменных возможно не всегда, а во многих случаях приводит к так называемым специальным функциям, например, при решении уравнений математической физики в круговых областях.

7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств представлен в Приложении 2 к рабочей программе и включает разделы:
1. Методы контроля и оценивания результатов обучения.
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения.
3. Оценочные средства.
3.1. Текущий контроль.
3.2. Промежуточная аттестация.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины

«Уравнения математической физики»

по направлению подготовки

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Профиль

Транспортная электроника и программируемая сенсорика

Квалификация выпускника:

(Бакалавр)

очная форма обучения

Год набора 2024/2025

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы атте-стации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Четвертый семестр															
1	**Раздел 1. Гармонический анализ.** Постановка основной задачи гармонического анализа. Ортогональность тригонометрических функций. Разложение в ряд Фурье функций с периодом $T = 2\pi$. Формулы коэффициентов Фурье. Условия Дирихле. Теорема о разложимости периодических функций в ряд Фурье. **Выдача первой части РГР по рядам Фурье**	4	1	2	2		3				+				

2	Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом. Особенности разложения непериодических функций, понятие их периодического продолжения.	4	2		2		3								
3	Применение рядов Фурье для решения краевых задач.	4	3	2	2		3								
4	Обобщённый ряд Фурье. Ортонормированные системы функций. **Самостоятельная работа №1 (в аудитории) по рядам Фурье**	4	4		2		3						+		
5	**Раздел 2. Дифференциальные уравнения математической физики.** Основные понятия и определения. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач, физический смысл начальных и граничных условий. **Выдача второй части РГР по уравнениям математической физики**	4	5	2	2		3				+				
6	Вывод волнового уравнения на примере задачи о свободных малых колебаний струны. Решение однородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных.	4	6		2		3								
7	Физическое истолкование решения задачи о собственных колебаниях струны. Стоячие волны. Постановка и решение	4	7	2	2		3								

	задачи о продольных колебаниях стержня														
8	Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям. Задача о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений	4	8		2		3								
9	Задача о вынужденных колебаниях струны с учетом начальных возмущений. Редукция общей начально-краевой задачи для неоднородного гиперболического уравнения с неоднородными краевыми условиями.	4	9	2	2		3								
10	Решение однородного волнового уравнения в круговой области. Уравнение и функции Бесселя. Осесимметричные колебания круговой мембраны.	4	10		2		3								
11	Вывод уравнения теплопроводности стержня. Решение начально-краевой задачи для однородного параболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных. Случай стационарной неоднородности	4	11	2	2		3								
12	Решение неоднородного уравнения теплопроводности стержня методом разложения по собственным функциям однородной задачи.	4	12		2		3								
13	Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости. Решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в случае цилиндрической и сферической симметрии	4	13	2	2		3								

14	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных.	4	14		2		3								
15	Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области в двойных тригонометрических рядах Фурье **Самостоятельная работа №2 (в аудитории)**	4	15	2	2		3						+		
16	Уравнение Гельмгольца. Решение в круговой области. Задача на собственные значения с условием периодичности	4	16		2										
17	Бигармоническое уравнение. Уравнение Софи-Жермен – Лагранжа. Решение Навье задачи об изгибе шарнирно опертой пластины в двойных тригонометрических рядах Фурье	4	17	2	2		3								
18	Контрольное тестирование	4	18		2		3								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в третьем семестре			**18**	**36**		**54**				**1 РГР**		**2 сам. раб.**		

Приложение 2

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Уравнения математической физики»

Направление подготовки: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника.
Профиль: Транспортная электроника и программируемая сенсорика.
Форма обучения: очная.

Кафедра: «Математика»

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:
- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.

Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

3. Оценочные средства

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Контрольные задания
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Вариант теста
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты

3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Содержание расчетно-графических работы.

Часть 1. Ряды Фурье Применение рядов Фурье к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений.

Её краткое содержание:

разложение в ряд Фурье непериодической функции на отрезке $[-l, l]$; применение рядов Фурье для решения краевых задач; разложение в обобщённый ряд Фурье функции на отрезке $[-l, l]$; нахождение собственных функций параболического, гиперболического или эллиптического уравнения;

Расчетно-графическая работа № 1.

Часть 2. Решение уравнений математической физики.

Её краткое содержание:

Построение решений в виде обобщенного ряда Фурье однородного и неоднородного уравнений параболического, гиперболического и эллиптического типов с различными вариантами краевых условий.

Тестовое задание

по дисциплине **«Уравнения математической физики»**

В А Р И А Н Т

ЗАДАНИЕ 1

Для функции $f(x)$ с периодом $T = 4$ справедливо равенство

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x/4) = f(x)$ 2) $f(4x) = f(x)$

3) $f(x+4) = f(x)$ 4) $f(x+2) = f(x)$.

ЗАДАНИЕ 2

Укажите функции с периодом $T = 2$ из перечисленных ниже.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \sin 2\pi x$ 2) $y = ctg 2\pi x$ 3) $y = \cos \pi x$ 4) $y = tg(\pi x/2)$.

ЗАДАНИЕ 3

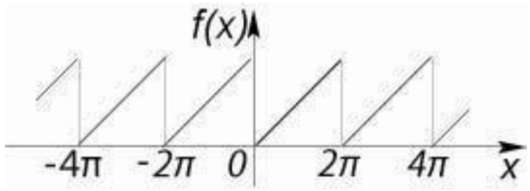
Какая из перечисленных ниже функций описывает гармонические незатухающие колебания? Укажите смысл параметров: A, ω, φ.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi)$

2) $f(x) = A/(\omega x + \varphi)$ 3) $f(x) = A(\omega x + \varphi)$ 4) $f(x) = A(\omega x + \varphi)^2$.

ЗАДАНИЕ 4

Функция $f(x)$ при $x \in [0, 2\pi]$ и её периодическое продолжение показаны на рисунке



Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 2) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$

3) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ 4) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$.

ЗАДАНИЕ 5

Дана функция $f(x) = 2x^2$, $x \in [-l, l]$. Тогда коэффициент b_3 разложения функции $f(x)$ в ряд Фурье равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} -1 & при \quad -1 \le x < 0, \\ 1 & при \quad 0 \le x \le 1. \end{cases}$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Найдите решение краевой задачи $y' = q(x)$, $y(0) = 0$, $y(2) = 0$ в виде ряда Фурье, если $q(x) = q_0 = const$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

К какому типу относится линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} + 3u = 0\,?$$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9

Уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 10^4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $(u(x,t)[м]; \quad 0 \le x \le l, \; t \ge 0)$ описывает малые свободные поперечные колебания струны. Концы струны закреплены неподвижно. Найдите основную частоту ω $[1/сек]$ собственных колебаний струны, если длина струны $l = 50\,м$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 10

Найдите коэффициент температуропроводности a^2 $[м^2/сек]$ в уравнении теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le l, \quad t \ge 0),$$

если коэффициент теплопроводности материала $k = 50\,Дж/(м \cdot град \cdot сек)$, удельная теплоемкость $c = 500\,Дж/(кг \cdot град)$, удельная плотность материала стержня $\rho = 7000\ кг/м^3$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le l, \quad t \ge 0)$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad u(x,0) = f(x), \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi(x)$$

имеет вид $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos\frac{n\pi at}{l} + B_n \sin\frac{n\pi at}{l} \right) \sin\frac{n\pi x}{l}$,

где A_n и B_n - произвольные постоянные:

$$A_n = \frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx, \qquad B_n = \frac{2}{n\pi a}\int_0^l \varphi(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx.$$

Запишите решение задачи при $a = 4, \quad l = 2, \quad f(x) = 1, \quad \varphi(x) = 0$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12

Дано неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$ при однородных граничных и начальных условиях

$$u(0,t) = u(8,t) = 0, \quad u(x,0) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

Найдите (с точностью до множителя) собственные функции задачи.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 13

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le l, \quad t \ge 0) \quad u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \; u(x,0) = f(x)$$

имеет вид $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\left(\frac{n\pi a}{l}\right)^2 t} \sin\frac{n\pi x}{l}$, где A_n - произвольная постоянная $A_n = \frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx$. Запишите решение задачи при $a = 1, l = 1, f(x) = 1$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 14

Дано однородное уравнение теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 1, \quad t \ge 0).$$

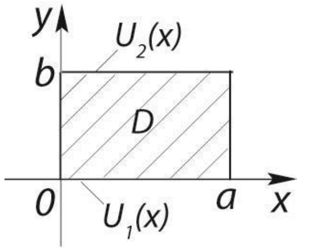
На концах стержня заданы постоянные и различные ненулевые температуры $u(0,t)=15, \quad u(1,t)=25$, начальное условие: $u(x,0)=20x+5$.

Подберите новую функцию $v(x,t)$, связанную с искомой функцией $u(x,\,t)$ так, чтобы для неё граничные условия стали однородными. Какой вид примет при этом начальное условие $v(x,0)$?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15

Общее решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ в прямоугольной области $D: 0\le x\le a,\ 0\le y\le b$, при однородных граничных условиях на вертикальных сторонах области $u(0,\,y)=0, \quad u(a,\,y)=0$



имеет вид $u(x,y)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[\alpha_n \operatorname{sh}\dfrac{n\pi(b-y)}{a}+b_n \operatorname{sh}\dfrac{n\pi y}{a}\right]\sin\dfrac{n\pi x}{a}\left(sh\,\dfrac{n\pi b}{a}\right)^{-1}$,

где $\alpha_n=\dfrac{2}{a}\int\limits_0^a U_1(x)\sin\dfrac{n\pi x}{a}\,dx$, $\quad b_n=\dfrac{2}{a}\int\limits_0^a U_2(x)\sin\dfrac{n\pi x}{a}\,dx$.

Найдите значение функции $u(x,\,y)$ в центре области при $a=6,\ b=4$, если

$$U_1(x)=\begin{cases} x & \text{при} \quad 0\le x\le 3,\\ 6-x & \text{при} \quad 3\le x\le 6,\end{cases}, \qquad U_2(x)=0.$$

Ответ	

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

по дисциплине

Уравнения математической физики

(наименование дисциплины)

Вариант №1

1. Разложить функцию

$$y=\begin{cases} 0 & \text{при } -3\le x<0\\ 2x/3 & \text{при } 0\le x<3/2\\ 0 & \text{при } 3/2\le x\le 3\end{cases}$$

в ряд Фурье:
- построить график заданной функции на отрезке её определения;
- вычислить коэффициенты её ряда Фурье;
- записать ряд Фурье для заданной функции;
- построить график полученного ряда Фурье на отрезке определения заданной функции.

2. В виде ряда Фурье найти решение $y=y(x)$ краевой задачи

$$y'' = q(x), \quad (0\le x\le 3), \quad y(0)=0, \quad y'(3)=0,$$

где $q(x)$ – ограниченная, кусочно-непрерывная на отрезке [0, 3] функция

$$q = \begin{cases} 2x/3 & \text{при } 0 \le x < 3/2 \\ 0 & \text{при } 3/2 \le x \le 3. \end{cases}$$

3. Разложить функцию $y = x/2$ на отрезке $0 \le x \le 2$ в обобщённый ряд Фурье по системе ортогональных на этом отрезке функций, в качестве которых взять собственные функции задачи на собственные значения

$$\varphi' + \lambda^2\varphi = 0, \quad (0 \le x \le 2,\ \lambda \ge 0), \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(2) = 0,$$

предварительно проверив их на квадратичную интегрируемость и ортогональность.

4. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 3,\ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = u(3,t) = 0, \quad u(x,0) = \begin{cases} x & \text{при } 0 \le x \le 3/2, \\ 3 - x & \text{при } 3/2 \le x \le 3, \end{cases} \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для параболического уравнения в виде обобщённого ряда Фурье

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (2 - x)e^{-t}, \quad (0 \le x \le 2,\ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(2,t)}{\partial x} = 0, \quad u(x,0) = 0.$$

Вариант №4

1. Разложить функцию

$$y = \begin{cases} 0 & \text{при } -4 \le x < 0 \\ x/2 & \text{при } 0 \le x < 2 \\ 3 - x & \text{при } 2 \le x \le 4 \end{cases}$$

в ряд Фурье:
- построить график заданной функции на отрезке её определения;
- вычислить коэффициенты её ряда Фурье;
- записать ряд Фурье для заданной функции;
- построить график полученного ряда Фурье на отрезке определения заданной функции.

2. В виде ряда Фурье найти решение $y = y(x)$ краевой задачи

$$y' = q(x), \quad (0 \le x \le 4), \quad y(0) = 0, \quad y'(4) = 0,$$

где $q(x)$ – ограниченная, кусочно-непрерывная на отрезке [0, 4] функция

$$q = \begin{cases} x/2 & \text{при } 0 \le x < 2 \\ 3 - x & \text{при } 2 \le x \le 4. \end{cases}$$

3. Разложить функцию $y = x - 1$ на отрезке $0 \le x \le 2$ в обобщённый ряд Фурье по системе ортогональных на этом отрезке функций, в качестве которых взять собственные функции задачи на собственные значения

$$\varphi' + \lambda^2\varphi = 0, \quad (0 \le x \le 2,\ \lambda \ge 0), \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(2) = 0,$$

предварительно проверив их на квадратичную интегрируемость и ортогональность.

4. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для параболического уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 32\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 2,\ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(2,t)}{\partial x} = 0, \quad u(x,0) = 2x$$

в виде обобщённого ряда Фурье.

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+(1-x)\sin 2t, \quad (0\le x\le 1,\ t\ge 0),$$
$$u(0,t)=u(1,t)=0, \quad u(x,0)=\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0\,.$$

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанном кафедрой «Математика» онлайн-курсе имеются промежуточные (пробные) контрольные работы.

3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация - (экзамен) проводится по билетам в устной форме.
Время для подготовки ответа на вопросы не более 45 мин.
Билет включает теоретический вопрос и задачи.
Комплекты экзаменационных билетов хранятся на кафедре «Математика».
Типовые варианты билетов прилагаются.

Комплект вопросов

Вопросы по рядам Фурье

1. Дайте определение основной тригонометрической системы функций.
2. Тригонометрические синусы и косинусы ортогональны на промежутке $[-\pi,\pi]$, если…………………………………………………………………..
3. Как ставится основная задача гармонического анализа ?
4. Запишите ряд Фурье для функций с периодом $T=2\pi$.
5. Условия Дирихле.
6. Сформулируйте теорему о разложимости функции в ряд Фурье.
7. Запишите ряд Фурье для четных функций с периодом $T=2\pi$.
8. Запишите ряд Фурье для нечетных функций с периодом $T=2\pi$.
9. Запишите ряд Фурье для функций с произвольным периодом $T=2l.$
10. Запишите ряд Фурье для четных функций с произвольным периодом $T=2l.$
11. Запишите ряд Фурье для нечетных функций с произвольным периодом $T=2l.$
12. Как осуществляется разложение в ряд Фурье непериодических функций?
13. Как осуществляется разложение в ряд Фурье функций, заданных на интервале (*0, l*), четным образом?
14. Как осуществляется разложение в ряд Фурье функций, заданных на интервале (*0, l*), нечетным образом?
15. Дайте определение обобщенного ряда Фурье. Запишите формулу для определения коэффициентов обобщенного ряда Фурье.
16. Система функций называется ортонормированной, если………………
17. Применение рядов Фурье к решению краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Вопросы по уравнениям математической физики

1. Классификация уравнений математической физики.
2. Перечислите основные уравнения математической физики и задачи, к ним приводящие.
3. Вывод однородного волнового уравнения на примере задачи о малых собственных колебаниях струны, основные допущения.
4. Постановка начально-краевой задачи для однородного волнового уравнения.
5. Решение однородного волнового уравнения методом разделения переменных.
6. Физическое истолкование решения задачи о малых свободных колебаниях струны конечных размеров. Стоячие волны. Собственные частоты колебаний струны.
7. Постановка задачи о продольных колебаниях стержня. Определение скорости распространения продольных волн в материале.
8. Осесимметричные собственные колебания круговой мембраны.
9. Уравнение и функции Бесселя.
10. Постановка задачи о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений.
11. Решение неоднородного волнового уравнения методом разложения по собственным функциям.
12. Решение неоднородного волнового уравнения при неоднородных начальных условиях (при наличии начальных возмущений).
13. Решение начально-краевой задачи для волнового уравнения при неоднородных граничных условиях. Редукция общей краевой задачи.
14. Вывод уравнения теплопроводности стержня.
15. Постановка начально-краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности.
16. Решение однородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных.
17. Решение однородного уравнения теплопроводности для случая стационарной неоднородности.
18. Решение неоднородного уравнения теплопроводности методом разложения по собственным функциям.
19. Уравнение Лапласа. Запись в различных системах координат. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
20. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных (для различных комбинаций граничных условий).
21. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области с помощью двойного тригонометрического ряда Фурье.
22. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.
23. Уравнение Гельмгольца. Решение задачи на собственные значения для однородного уравнения Гельмгольца в прямоугольной области.
24. Решение уравнения Гельмгольца в круговой области методом разделения переменных. Постановка задачи на собственные значения с условием периодичности.
25. Бигармоническое уравнение. Решение Навье задачи об изгибе шарнирно опертой пластины.

Типовые варианты билетов

по дисциплине **«Уравнения математической физики»**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»

Дисциплина «Уравнения математической физики»
Курс 2, семестр 4

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Решение уравнения малых поперечных колебаний струны методом разделения переменных.
2. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в случае сферической симметрии.
3. Решить начально - краевую задачу $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

$$u(0.t) = 0; \quad u(5,t) = 15; \quad u(x,0) = 3.$$

4. Разложить в ряд Фурье четным образом на интервале $(0;3)$ функцию

$$f(x) = 3 - x.$$

Утверждено на заседании кафедры математики « 03» 05 2023 г., протокол № 10

Зав. кафедрой В.В. Галевко / ______________________ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Уравнения математической физики»
Курс 2, семестр 3

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Решение неоднородного волнового уравнения при однородных граничных и начальных условиях методом разложения по собственным функциям.
2. Уравнение Лапласа и его запись в различных системах координат. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
3. Решить начально - краевую задачу $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

$$u(0.t) = 5; \quad u(2,t) = 12; \quad u(x,0) = 2 - x.$$

4. Найти решение краевой задачи:

$$y^{IV} = q(x), \quad y(0) = y(1) = y'(0) = y'(1) = 0; \quad q(x) = \begin{cases} -2 & при \quad 0 \le x \le 1/2, \\ 2 & при \quad 1/2 \le x \le 1 \end{cases}$$

в виде ряда Фурье.

Утверждено на заседании кафедры математики « 03» 05 2023 г., протокол № 10

Зав. кафедрой В.В. Галевко / ______________________ /

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанном кафедрой «Математика» онлайн-курсе «Уравнения математической физики» имеется итоговый тест.