

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Максимов Алексей Борисович

Должность: директор департамента по образовательной политике

Дата подписания: 05.08.2026 12:53:58

Уникальный идентификатор:

8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

«Информационных технологий»

 / Д.Г. Демидов /

« 26 » февраль 2026 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математическая логика и дискретная математика»

Направление подготовки

09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Профиль

«Технологии дополненной и виртуальной реальности»

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Москва 2026 г.

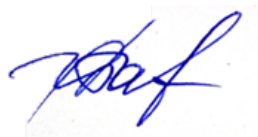
Разработчик

Старший преподаватель



/З.Р. Раджабов/

Зав. кафедрой «Математика»,
канд. техн. наук



/О.М. Баранова /

Согласовано:

Заведующий кафедрой

«Информатики и информационных технологий», к.т.н.



/ Е.В. Булатников/

Содержание

1.	Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине.....	4
2.	Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3.	Структура и содержание дисциплины.....	5
3.1.	Виды учебной работы и трудоемкость.....	5
3.2.	Тематический план изучения дисциплины.....	5
3.3.	Содержание дисциплины.....	8
3.4.	Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий.....	9
4.	Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	10
4.1.	Нормативная литература.....	10
4.2.	Основная литература.....	10
4.3.	Дополнительная литература.....	10
4.4.	Электронные образовательные ресурсы.....	11
4.5.	Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение.....	11
4.6.	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	11
5.	Материально-техническое обеспечение.....	12
6.	Методические рекомендации.....	12
6.1.	Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения...	12
6.2.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	13
7.	Фонд оценочных средств.....	14
7.1	Методы контроля и оценивания результатов обучения.....	14
7.2	Шкала и критерии оценивания результатов обучения.....	15
7.3	Оценочные средства.....	17
7.3.1	Текущий контроль.....	17
7.3.2	Промежуточная аттестация.....	23

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К **основным целям** освоения дисциплины «Математическая логика и дискретная математика» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Математическая логика и дискретная математика» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения важных для практических приложений задач оптимизации;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине «Математическая логика и дискретная математика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС (уровень бакалавриата) 09.03.02 Информационные системы и технологии, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.09.2017 №926, с изменениями, внесенными Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 27.02.2023 № 208 «О внесении изменений в федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования»:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования ИОПК-1.2. умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования ИОПК-1.3. имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая логика и дискретная математика» относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические дисциплины».

Дисциплина базируется на следующих пройденных дисциплинах:

- линейная алгебра;

- математический анализ;
- теория вероятностей и математическая статистика;
- теория информации;

Дисциплина «Математическая логика и дискретная математика» логически связана с последующими дисциплинами:

В обязательной части:

- Аппаратное обеспечение информационных систем
- Введение в программирование;
- Численные методы в компьютерных вычислениях;
- Веб-программирование и дизайн.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- Цифровые методы обработки данных;

В части элективных дисциплин:

- Алгоритмы и методы компьютерной лингвистики.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы -144 часа.

3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

3.1.1 Очная форма обучения

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры
			4
1	Аудиторные занятия	54	54
	В том числе:		
1.1	Лекции	18	18
1.2	Семинарские/практические занятия	36	36
1.3	Лабораторные занятия	0	0
2	Самостоятельная работа	90	90
	В том числе:		
2.1	РГР	40	40
2.2	Подготовка к семинару	36	36
2.3	Подготовка к зачету	14	14
3	Промежуточная аттестация		
	Зачет/диф.зачет/экзамен	-	Зачет
	Итого	144	144

3.2. Тематический план изучения дисциплины (по формам обучения)

3.1.1. Очная форма обучения

№ п/ п	Разделы/темы дисциплины	Трудоемкость, час					
		Всего	Аудиторная работа				Само стоят ельна я работ а
			Лек ции	Семина рские/ практи ческие занятия	Лабор аторн ые заняти я	Практи ческ ая подго товка	
1	Раздел 1. Множества и соответствия.	16	2	4	0	0	10
1.1	Тема 1. Введение. Множества. Способы задания множеств. Операции над множествами, свойства операций. Соответствия между множествами. Прямое произведение множеств. Способы задания соответствий. Композиция соответствий. Выдача расчетно-графической работы	8	1	2	0	0	5
1.2	Тема 2. Отображения, их свойства. Функциональные отображения. Отношения на множестве.	8	1	2	0	0	5
2	Раздел 2. Булевы функции	48	6	12	0	0	30
2.1	Тема 1. Высказывания и формулы алгебры логики. Нормальные формы алгебры высказываний	8	1	2	0	0	5
2.2	Тема 2. Булевы функции. Теорема о числе булевых функций. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Совершенные формы.	8	1	2	0	0	5
2.3	Тема 3. Минимизация булевых функций. Графический метод, карты Карно, метод Квайна. Минимизация частично определенных булевых функций.	8	1	2	0	0	5
2.4	Тема 4. Булева алгебра и теория множеств. Двойственные логические функции.	8	1	2	0	0	5
2.5	Тема 5. Полные системы логических функций. Полином Жегалкина. Теорема Поста о полноте. Алгоритм выражения любой булевой функции через функции полной системы.	8	1	2	0	0	5
2.6	Тема 6. Применение булевых функций к РКС. Некоторые логические элементы микросхем	8	1	2	0	0	5
3	Раздел 3. Элементы теории графов	48	6	12	0	0	30

3.1	Тема 1. Основные понятия теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Элементы графа: вершины, ребра, дуги. Геометрические графы. Числовые характеристики графов. Части графов. Изоморфизм и гомеоморфизм графов.	8	1	2	0	0	5
3.2	Тема 2. Операции над графами. Маршруты. Количество маршрутов. Матричное представление графов. Матрица смежности. Матрица инцидентности. Связность графа. Матрица связности. Выделение компонент связности. Самостоятельная работа №1 (в аудитории)	8	1	2	0	0	5
3.3	Тема 3. Задачи поиска маршрутов в графе. Поиск маршрутов с минимальным числом ребер. Связные компоненты графа. Слабые и сильные орграфы. Вершинная связность и реберная связность. Расстояния в графе. Диаметр, радиус и центр графа. Расстояния между вершинами графа. Эксцентриситет вершины. Диаметр графа. Центр графа. Обходы графов.	8	1	2	0	0	5
3.4	Тема 4. Деревья. Свойства деревьев. Типы вершин дерева и его центры. Корневые деревья. Остов связанного графа. Определение количества различных остовов. Выделение минимального остовного дерева связанного графа. Метод ветвей и границ. Экстремальные графы.	8	1	2	0	0	5
3.5	Тема 5. Простейшие алгоритмы теории графов. Путь минимальной суммарной длины во взвешенном графе. Алгоритм Дейкстры. Задача коммивояжера. Венгерский алгоритм построения совершенного паросочетания (задача об оптимальном назначении). Раскраска графа.	8	1	2	0	0	5
3.6	Тема 6. Потоки в сетях. Теорема Форда – Фалкерсона; алгоритм Форда – Фалкерсона.	8	1	2	0	0	5
4	Раздел 4. Основы теории кодирования	32	4	8	0	0	20
4.1	Тема 1. Коды. Алфавитное кодирование. Разделимые коды.	8	1	2	0	0	5

	Критерий однозначности декодирования. Неравенство Макмиллана. Условие существования делимого кода с заданными длинами кодовых слов. Оптимальные коды и их свойства. Лемма о редукции. Алгоритмы Фано и Хаффмана построения оптимальных кодов.						
4.2	Тема 2. Самокорректирующие коды. Коды с исправлением одной ошибки. Верхняя и нижняя оценки мощности максимального кода. Коды Хэмминга, их свойства. Алгоритм декодирования для кодов Хэмминга. Линейные коды. Самостоятельная работа №2 (в аудитории)	8	1	2	0	0	5
4.3	Тема 3. Понятие алгоритма. Машины Тьюринга их применение к словам и конструирование машин Тьюринга. Рекурсивные функции. Нормальные алгоритмы Маркова.	8	1	2	0	0	5
4.4	Обзорная лекция	6	1	0	0	0	5
	Обзорное практическое занятие	2	0	2	0	0	0
Итого		144	18	36	0	0	90

3.3 Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Множества и соответствия.

Множества. Способы задания множеств. Операции над множествами, свойства операций. Соответствия между множествами. Прямое произведение множеств. Способы задания соответствий. Композиция соответствий. Отображения, их свойства. Функциональные отображения. Отношения на множестве. Бинарные отношения. Замыкание отношений. Отношения эквивалентности и порядка.

Раздел 2. Булевы функции

Высказывания и логические связки. Формулы логики высказываний. Общезначимые, выполнимые и противоречивые формулы. Основные законы логики. Булевы функции.

Нормальные формы. Разложение функции алгебры логики по переменным. Нормальные формы. Теорема о совершенной дизъюнктивной нормальной форме. Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Метод минимизирующих карт. Минимизация ДНФ методом Квайна. Минимизация частично-определенных булевых функций. Контактные схемы.

Полные системы. Примеры полных систем (с доказательством полноты). Теорема Жегалкина о представимости функции алгебры логики полиномом. Полином Жегалкина. Классы булевых функций. Теорема Поста о полноте. Алгоритм выражения произвольной булевой функции через функции полной системы.

Раздел 3. Элементы теории графов.

Основные понятия теории графов. Определения графов различного типа. Изоморфизм. Матричные и числовые характеристики графов. Части графа. Маршруты и связность. Вершинная связность и реберная связность. Деревья и циклы. Минимальные маршруты в нагруженных графах. Экстремальные графы.

Простейшие алгоритмы теории графов. Представления графов и деревьев в ЭВМ. Путь минимальной суммарной длины во взвешенном графе. Алгоритм Дейкстры. Гамильтоновы циклы. Задача коммивояжера. Кратчайшее остовное дерево. Алгоритм Краскала. Венгерский алгоритм построения совершенного паросочетания. Задача об оптимальном назначении.

Потоки в сетях. Теорема Форда – Фалкерсона; алгоритм Форда – Фалкерсона.

Раздел 4. Основы теории кодирования

Коды. Алфавитное кодирование. Разделимые коды. Критерий однозначности декодирования. Неравенство Макмиллана. Условие существования разделимого кода с заданными длинами кодовых слов

Оптимальные коды и их свойства. Лемма о редукции. Алгоритм Хаффмана построения оптимальных кодов.

Самокорректирующие коды. Коды с исправлением одной ошибки. Верхняя и нижняя оценки мощности максимального кода. Коды Хэмминга, их свойства. Алгоритм декодирования для кодов Хэмминга. Линейные коды.

Раздел 5. Элементы теории алгоритмов

Понятие алгоритма. Определение машины Тьюринг. Применение машин Тьюринга к словам. Конструирование машин Тьюринга. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость функций на машине Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов). Машины Тьюринга и современные электронно-вычислительные машины.

Рекурсивные функции. Основные понятия теории рекурсивных функций и тезис Черча. Марковские подстановки. Нормальные алгоритмы и их применение к словам. Нормально вычислимые функции и принцип нормализации Маркова. Эквивалентность различных теорий алгоритмов.

3.4 Тематика практических занятий по дисциплине «Математическая логика и дискретная математика»

3.4.1 Семинарские\практические занятия

Практическое занятие 1. Множества и операции над ними.

Практическое занятие 2. Соответствия и отображения.

Практическое занятие 3. Высказывания и формулы алгебры логики. Нормальные формы алгебры высказываний.

Практическое занятие 4. Булевы функции. Нормальные формы.

Практическое занятие 5. Минимизация булевых функций. Минимизация частично определенных булевых функций.

Практическое занятие 6. Булева алгебра и теория множеств.

Практическое занятие 7. Полные системы. Полиномы Жегалкина. Классы булевых функций. Теорема Поста о полноте.

Практическое занятие 8. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.

Практическое занятие 9. Основные понятия теории графов.

Практическое занятие 10. Операции над графами. Маршруты. Количество маршрутов.
Практическое занятие 11. Поиск кратчайших маршрутов. Эйлеров и гамильтонов циклы и пути.
Практическое занятие 12. Деревья. Остов графа. Экстремальные графы.
Практическое занятие 13. Простейшие алгоритмы теории графов.
Практическое занятие 14. Потоки в сетях.
Практическое занятие 15. Основные понятия теории кодирования. Оптимальные коды.
Практическое занятие 16. Самокорректирующиеся коды.
Практическое занятие 17. Понятие алгоритма. Машина Тьюринга. Рекурсивные алгоритмы. Нормальные алгоритмы Маркова.
Практическое занятие 18. Обзорное практическое занятие.

3.4.2 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

3.5 Тематика курсовых проектов

Курсовые проекты (курсовые работы) учебным планом не предусмотрены

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 09.03.02 «Информационные системы и технологии», утверждён приказом Минобрнауки России от 19.09.2017 №926, с изменениями, внесенными Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 27.02.2023 № 208 «О внесении изменений в федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования».
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 09.03.02 «Информационные системы и технологии». Профиль: Технологии дополненной и виртуальной реальности. Форма обучения – очная. 2026.
3. Матрица соответствия компетенций 09.03.02 «Информационные системы и технологии». Профиль: Технологии дополненной и виртуальной реальности. 2026 год.
4. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
5. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2 Основная литература

1. Гутова, С. Г. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие / С. Г. Гутова, Е. С. Каган. — Кемерово : КеМГУ, 2019. — 285 с. — ISBN 978-5-8353-2550-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/135218>. — Режим доступа: для авториз. пользователей

4.3 Дополнительная литература

1. Лихтарников, Л. М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения : учебное пособие / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. — 4-е изд., стер. — Санкт-

Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0082-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210281>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4.4 Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы.

Математическая логика и дискретная математика	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=1040
---	---

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы. Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха

<https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621§ion=1>.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

<http://exponenta.ru>, <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm>.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	Astra Linux Common Edition	ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036
2	МойОфис	ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

№	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			

	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся ни в программе средней школы, ни в классических разделах высшей математики на первом курсе. Однако он вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние

задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра.

Вошедшие в курс дискретной математики понятия практически имеют очень широкое распространение для решения разного рода естественнонаучных задач. Их освоение поможет студентам успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к зачету.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и студенческих научно-технических конференциях и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

6.1.1. Образовательные технологии

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Математическая логика и дискретная математика — область математики, занимающаяся изучением дискретных структур, которые возникают как в пределах самой математики, так и в её приложениях.

К числу таких структур могут быть отнесены конечные группы, конечные графы, а также некоторые математические модели преобразователей информации, конечные автоматы, машины Тьюринга и так далее.

При изучении уравнений дискретной математики следует, прежде всего, обратить внимание на такое фундаментальное понятие математики как понятие множества, на способы задания, операции над множествами и их свойства.

Необходимо изучить соотношения между булевыми операциями, логическими операциями логики высказываний и операциями над множествами. Так как высказывания, умозаключения – это то, с чем мы имеем дело постоянно в повседневной жизни, то умению переводить их на

математический язык надо научиться на практических занятиях и в ходе выполнения расчетно-графических работ. Именно переход к математической формулировке задачи (то есть ее математическое моделирование) позволяет далее найти пути решения и провести параметрическое исследование.

При изучении математической логики и теории графов потребуется строить некоторые матрицы данных отношений или заданных графов. Здесь понадобится знание понятия матрицы, действий над ними, изучавшиеся ранее.

Теория графов – один из разделов современной математики, имеющий большое прикладное значение. Проблемы оптимизации тепловых, газовых и электрических сетей, вопросы совершенствования алгоритмов и создание новых химических соединений связаны с фундаментальными свойствами таких кажущихся абстрактными математических объектов, как графы.

Для освоения методов теории графов обязательно рисуйте заданный или построенный граф. Научитесь свободно определять его вершины, ребра. Это поможет вам находить оргграф, видеть в графе различные маршруты, цепи, циклы и находить требуемые. Уясните, что любой граф может быть охарактеризован матрицами инцидентности и смежности. Обратите внимание на то, что размерность матрицы инцидентности определяется числом вершин и ребер графа, а матрица смежности является квадратной.

При рассмотрении использования дискретной математики в прикладных задачах обратите внимание и изучите, к примеру, задачу поиска кратчайшего пути, задачи для экстремальных графов (алгоритм Краскала).

7. Фонд оценочных средств

7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:

- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (зачет).

№ п/п	Вид контроля результатов обучения	Наименование контроля результатов обучения	Краткая характеристика контроля результатов обучения
1	Расчетно-графическая работа	Текущий	Обучающийся в течение семестра самостоятельно выполняет ряд расчетно-графических работ по теме раздела. При проверке преподаватель оценивает качество оформления, правильность расчетов.
2	Контрольная работа	Текущий	Решение контрольной работы осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. Контрольная работа выполняется индивидуально каждым студентом. При проверке преподаватель оценивает правильность произведенных расчетов.
3	Тест	Текущий	Тестирование проводится на последнем занятии изучаемой темы. Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. В рамках тестирования проверяется знание теоретической базы.

4	Зачет	Промежуточный	Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка “зачтено” или “не зачтено”
---	-------	---------------	---

7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Форма промежуточной аттестации: зачет

Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено».

Шкала оценивания	Описание
Не зачтено	Не достигнуто пороговое значение хотя бы для одного уровня формируемых на момент проведения аттестации компетенций. Обучающимся не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом: - не выполнена или не защищена хотя бы одна практическая/лабораторная работа; - хотя бы одно из промежуточных тестирований не выполнено или набрано менее 55%; - итоговое тестирование не пройдено или набрано менее 60%. Обучающийся демонстрирует незнание теоретических основ предмета, отсутствие практических навыков, не умеет делать аргументированные выводы и приводить примеры, не владеет терминами, проявляет отсутствие логичности и последовательности изложения, делает ошибки, которые не может исправить даже при коррекции преподавателем, отказывается отвечать на дополнительные вопросы, допускает значительные ошибки, испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
Зачтено	Обучающимся выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом:

	- все практические/лабораторные работы выполнены и успешно защищены с результатом «зачтено»; - два промежуточных тестирования пройдены минимум на 55%; - итоговое тестирование пройдено минимум на 60%. Обучающийся демонстрирует прочные теоретические знания, практические навыки, владеет терминами, делает аргументированные выводы и обобщения, приводит примеры, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены ошибки, неточности, которые обучающийся может исправить самостоятельно.
--	--

7.3 Оценочные средства

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Контрольные задания
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Вариант теста

7.3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Содержание расчетно-графической работы.

Операции над множествами. Транзитивное замыкание отношения, алгоритм Уоршола. Алгебраические структуры. Элементы математической логики. Неориентированный и ориентированный графы, минимальный остов графа.

Комплект тестовых заданий и контрольных работ (Т, КР) (для оценки компетенции ОПК-3) по дисциплине

Математическая логика и дискретная математика (наименование дисциплины)

Дано универсальное множество $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ и в нем подмножества $A=\{x \mid x < 5\}$, $B=\{2,4,5,6\}$, $C=\{1,3,5,6\}$.

Найти $A \cup B$ (Указать правильные варианты ответов).

- $\{1,2,2,3,4,4,5,6\}$
- $\{1,2,3,4,5,6\}$
- $\{x \mid x < 7, x \in U\}$
- $\{1,3\}$

е. $\{3,4,2,5,1,6\}$

Дано высказывание: «Если температура выше нуля, то лёд растает и дерево всплывет». Какая формула соответствует данному высказыванию.

$A \rightarrow B$

$A \wedge B$

$A \leftrightarrow B$

$A \rightarrow (B \wedge C)$

$A \vee B$

Какая из булевых функций записана в конъюнктивной нормальной форме (КНФ)?

$(x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{z})$

$\overline{(x \vee y)} \wedge x$

$\overline{(x \wedge y)} \wedge x$

$(x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{z})$

$\overline{(x \vee y)} \vee x$

Граф G задан следующей матрицей смежности:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти радиус $r(G)$ графа.

Справедлив ли дистрибутивный закон?

$$A \otimes (B \cup C) = (A \otimes B) \cup (A \otimes C)$$

а. да

б. нет

Какое из составных высказываний является противоречием?

$$\leftarrow (A \vee \leftarrow A)$$

$A \leftrightarrow B$

$A \vee B$

$A \wedge B$

$A \rightarrow B$

Примените марковскую подстановку $ab \rightarrow dc$ к слову $abcdcdacba$.

$dccddacba$

ddcdcdcca
 dccddddd
 dccccaaaa
 dccdcccccc

Дана система команд автомата: $q_00 \rightarrow q_10L$; $q_10 \rightarrow q_f1$; $q_01 \rightarrow q_01L$; $q_11 \rightarrow q_11L$. Для конфигурации $1q_00$ какое из слов будет на выходе из автомата.

000
 110
 0101
 1110
 0111

Какой из графов является эйлеровым?

$$A_1(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_4(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Какой из графов является гамильтоновым?

$$A_1(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_4(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Постройте код Хемминга для сообщения $f=11001110000111$. В ответе проверочные биты должны находиться в сообщении.

При передаче сообщения, закодированного по Хеммингу, было получено сообщение $f=1111100111100001111$. Произошла ли ошибка при передаче? Если да, то указать в каком бите (порядковый номер при записи с использованием вспомогательных таблиц. Указать 0 - если ошибки при передаче не было).

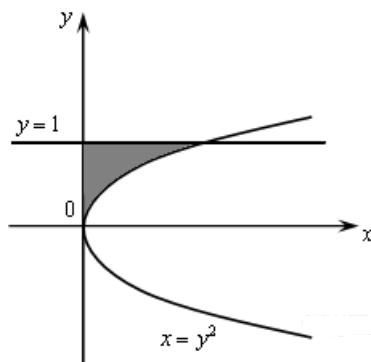
Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
 оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
 оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;

оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

**Комплект заданий для выполнения
расчетно-графических работ (РГР)**
по дисциплине
Математическая логика и дискретная математика
(наименование дисциплины)

Расчетно-графические задания

1. Универсальное множество состоит из 26 строчных букв латинского алфавита. Заданы множества A, B, C и D (Приложение 1). Вычислить мощность множеств X и Y.
2. Задайте множество, указанное на рисунке с использованием характеристического свойства множества:



3. Проиллюстрировать равенство при помощи диаграмм Эйлера-Венна: $(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C$.
4. Отношение задано матрицей (Приложение 2). Исследовать отношение на симметрию, антисимметрию, асимметрию, рефлексивность, антирефлексивность. Найти транзитивное замыкание отношения.
5. На множестве упорядоченных пар $x_0 = (0,0)$, $x_1 = (1,0)$, $x_2 = (0,1)$, $x_3 = (1,1)$ задана бинарная мультипликативная операция. Произведение задано по правилу $A * B$, записанному в таблице (Приложение 3). Является ли полугруппой структура $(X, *)$, где $X = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$? Составить таблицу Кэли структуры.
6. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции

$$f(x, y, z) = (x + z')'(y + x'z)', \quad g(x, y, z) = y + (z \rightarrow x)'$$

7. Постройте минимальную ДНФ для функции тремя разными способами (графическим способом, картами Карно, методом Квайна): $f=01011101$.
8. Для функции, заданной в векторном виде постройте полином Жегалкина тремя разными способами (методом неопределенных коэффициентов, преобразованием СДНФ, с использованием треугольника): $f=10111011$.

9. Для булевой функции найдите представляющий ее полином Жегалкина:

$$xz \vee (x + z)y \vee x'z'$$

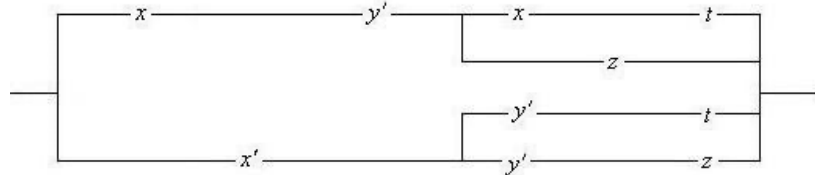
10. Докажите, что одна из функций двойственна другой:

$$xyz + xy + xz + y + 1, \quad xyz + yz + x + y$$

11. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:

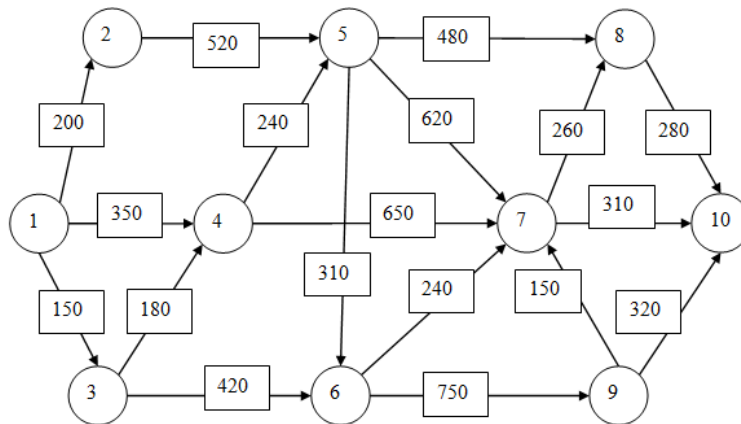
$$(x + y') \vee (x + z)(y' + z')$$

12. Упростите релейно-контактную схему:



13. Задана система булевых функций $f_1=10110010$ и $f_2=00111111$. Проверьте данную систему на полноту. Выполнить полную проверку для обеих функций.

14. Логистическая компания проектирует (нефтепровод) газопровод между 10 населенными пунктами. Транспортная сеть показана на рис. Расстояния указаны в километрах. Определить кратчайший путь между узлами 1 и всеми остальными узлами.



15. По заданной матрице весов графа найти величину минимального пути от вершины x_1 до каждой из вершин по алгоритму Дейкстры (в матричном виде):

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0	15	10	∞	∞	∞
x_2	∞	0	∞	∞	12	18
x_3	∞	10	0	9	12	19
x_4	∞	∞	∞	0	∞	13
x_5	3	∞	∞	11	0	14
x_6	∞	∞	4	∞	∞	0

16. Дан оргграф. Найти число маршрутов длины 2 из вершины № 3 в № 2, число маршрутов в графе длины 3 и маршрутов длины 4 (Задание в соответствии с вариантом возьмите в «Приложение 4»).

17. Дан взвешенный граф. Найти остов минимального веса (экстремальное дерево). Задание в соответствии с вариантом возьмите в «Приложение 5».

18. Для графа G , заданного матрицей весов, построить минимальный по весу остов и найти его вес:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
x_1	0	3	8	12	7	∞	16
x_2	3	0	4	∞	9	∞	∞
x_3	8	4	0	5	7	11	∞
x_4	12	∞	5	0	10	6	4
x_5	7	9	7	10	0	5	∞
x_6	∞	∞	11	6	5	0	5
x_7	16	∞	∞	4	∞	5	0

19. Найти гамильтонов цикл наименьшей длины (решить задачу коммивояжера):

	1	2	3	4	5	6
1	0	3	4	2	5	3
2		9	5		1	3
3		0	2	3	4	3
4			0	3	0	5
5				5	2	5
6				5	2	6
7				0	1	4
8					8	3
9					0	2
10						5
11						0

20. Оргграф задан матрицей смежности. Необходимо:

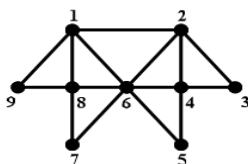
а) нарисовать граф;

б) заменить все дуги ребрами и в полученном неориентированном графе найти эйлерову цепь (или цикл);

в) провести раскраску графа и найти его хроматическое число.

1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1

21. Для данного графа определить, есть ли в нем эйлеров цикл и, если есть, найти его.



22. При помощи венгерского алгоритма решите задачу на максимум для двудольного графа, заданного матрицей:

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

23. а) Построить код Фано и Хаффмана для списка сообщений с заданным распределением частот. Определить стоимость кода.

S	T	U	V	W	X	Y	Z
0,15	0,1	0,15	0,15	0,1	0,1	0,15	0,1

б) Построить код Хэмминга для заданного сообщения 11001011. Внести ошибку в 6 разряд, и проведя декодирование, подтвердить место ошибки.

Варианты заданий прилагаются.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются промежуточные (пробные) тесты.

7.3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация - (экзамен) проводится по билетам в устной форме.

Время для подготовки ответа на вопросы не более 45 мин.

Билет включает теоретический вопрос и задачи.

Типовые варианты билетов прилагаются.

Комплект вопросов

1. Множества. Способы задания множеств.
2. Пустое и универсальное множества.
3. Операции над множествами. Свойства операций над множествами.
4. Булеан. Мощность множества. Мощность булеана.
5. Упорядоченная пара. Прямое произведение. Свойства прямого произведения.

6. Соответствие. Область определений. Область значений. Сечение соответствия. Обратное, полное, пустое соответствие. Способы задания соответствий.
7. Булевы матрицы. Композиция соответствия. Логическая сумма и произв. Булева матрица.
8. Отображения. Функциональность отображения. Образ и прообраз.
9. Характеристика функции. Свойства характеристики функции.
10. Свойства отображений.
11. Сюръективные, инъективные, биективные отображения.
12. Композиция отображений.
13. Единичное отображение. Обратное отображение.
14. Теорема о биективном обратном отображении.
15. Замыкание отношения. Построение транзитивного замыкания.
16. Алгоритм Уоршола.
17. Отношения эквивалентности и отношения
18. Логические операции. Логические связки. Таблица истинности. Примеры
19. Формулы логические. Общезначимые, противоречивые, выполнимые.
20. Основные законы логики.
21. Булевы функции.
22. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. СДНФ, СКНФ.
23. Упрощение переключательных схем.
24. Булева алгебра. Полные системы логических функций. Штрих Шеффера, стрелка Пирса, полином Жегалкина.
25. Основные понятия теории графов. Определения графов различного типа.
26. Изоморфизм.
27. Матричные и числовые характеристики графов.
28. Части графа. Маршруты и связность. Вершинная связность и реберная связность.
29. Деревья и циклы.
30. Минимальные маршруты в нагруженных графах.
31. Экстремальные графы. Некоторые прикладные задачи теории графов.

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанном кафедрой «Математика» онлайн-курсе имеется итоговый тест.