

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Максимов Алексей Борисович

Должность: директор департамента по образовательной политике

Дата подписания: 16.06.2026 11:32:06

Уникальный программный ключ:

8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет машиностроения

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета машиностроения

 /Е.В. Сафонов/  
« 26 » февраля 2026 г

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математические методы оптимизации в технике»**

Направление подготовки  
**15.04.01 «Машиностроение»**

Образовательная программа (профиль подготовки)  
**«Комплексные высокоэффективные технологии машиностроения»**

Квалификация (степень) выпускника  
**Магистр**

Форма обучения  
**Очная**

Москва 2026 г.

**Разработчик:**

Доцент,  
канд. физико-математических наук, доцент



/Е.А. Коган/

Заведующий кафедрой «Технологии и оборудование  
машиностроения»,  
к.т.н., доцент



/А.В. Александров/

## Содержание

|      |                                                                                   |    |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.   | Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине .....                | 4  |
| 2.   | Место дисциплины в структуре образовательной программы.....                       | 4  |
| 3.   | Структура и содержание дисциплины.....                                            | 5  |
| 3.1. | Виды учебной работы и трудоемкость .....                                          | 5  |
| 3.2. | Тематический план изучения дисциплины .....                                       | 5  |
| 3.3. | Содержание дисциплины .....                                                       | 5  |
| 3.4. | Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий .....                    | 6  |
| 4.   | Учебно-методическое и информационное обеспечение.....                             | 6  |
| 4.1. | Нормативные документы и ГОСТы .....                                               | 6  |
| 4.2. | Основная литература .....                                                         | 7  |
| 4.3. | Дополнительная литература .....                                                   | 7  |
| 4.4. | Электронные образовательные ресурсы.....                                          | 7  |
| 4.5. | Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение .....            | 8  |
| 4.6. | Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы..... | 8  |
| 5.   | Материально-техническое обеспечение.....                                          | 9  |
| 6.   | Методические рекомендации .....                                                   | 9  |
| 6.1. | Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения .....         | 9  |
| 6.2. | Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....                | 10 |
|      | Приложение 1. Тематический план по дисциплине.....                                | 11 |
|      | Приложение 2 Фонд оценочных средств.....                                          | 14 |
| 7.1. | Методы контроля и оценивания результатов обучения.....                            | 14 |
| 7.2. | Шкала и критерии оценивания результатов обучения.....                             | 14 |
| 7.3. | Оценочные средства.....                                                           | 15 |

## 1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К **основным целям** освоения дисциплины «Математические методы оптимизации в технике» следует отнести:

- приобретение магистрантами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- формирование у магистранта требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Математические методы оптимизации в технике» следует отнести:

- изучение основных методов одномерной и многомерной оптимизации;
- изучение элементов линейного и нелинейного программирования;
- изучение методов многокритериальной оптимизации и моделирования многошаговых процессов;
- изучение основ вариационного исчисления;
- изучение методов проведения и обработки многофакторных экстремальных экспериментов.

Обучение по дисциплине «Математические методы оптимизации в технике» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

| Код и наименование компетенций                                                                                                                                    | Индикаторы достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-5 способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем технологических процессов | <b>знать:</b><br>основные методы одномерной и многомерной безусловной и условной оптимизации; линейное и динамическое программирование; методы многокритериальной оптимизации и основные принципы построения алгоритмов их решения<br><b>уметь:</b><br>использовать постановки задач и методы математического моделирования и оптимизации для решения прикладных задач<br><b>владеть:</b><br>способностью применять современные аналитические и численные методы для разработки математических моделей машин, приводов, оборудования, систем технологических процессов.. |

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические методы оптимизации в технике» относится к обязательной части блока Б1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина базируется на следующих, пройденных дисциплинах:

- «Математика».

Дисциплина «Математические методы оптимизации в технике» логически связана с последующими дисциплинами:

*В обязательной части:*

Компьютерные технологии и моделирование в машиностроении;  
 Научные критерии выбора и методы исследования материалов;  
 Стандартизация унификация и управление качеством;  
 Методы планирования и обработки результатов научных экспериментов.

*В части, формируемой участниками образовательных отношений*

Технологичность конструкций и изделий;

Экономика организация и планирование в машиностроении.

*В части элективных дисциплин*

Инновационные технологии машиностроения.

### 3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы - 72 часа.

#### 3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

| № п/п    | Вид учебной работы               | Количество часов | Семестр 1 |
|----------|----------------------------------|------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Аудиторные занятия</b>        | 48               | 48        |
|          | В том числе:                     |                  |           |
| 1.1      | Лекции                           | 32               | 32        |
| 1.2      | Семинарские/практические занятия | 16               | 16        |
| 1.3      | Лабораторные занятия             | -                | -         |
| <b>2</b> | <b>Самостоятельная работа</b>    | 60               | 60        |
| <b>3</b> | <b>Промежуточная аттестация</b>  |                  |           |
|          | зачет                            | 3                | 3         |
|          | <b>Итого</b>                     | 108              | 108       |

#### 3.2. Тематический план изучения дисциплины

Размещён в приложении 1 к рабочей программе.

#### 3.3. Содержание разделов дисциплины

**Тема 1.** Общая постановка задачи оптимизации и основные положения.

Общая постановка задачи оптимизации и основные понятия (критерия оптимальности, целевой функции). Классификация методов оптимизации.

**Тема 2.** Одномерные задачи оптимизации для целевых функций, заданных аналитически или на отрезке в дискретном множестве точек. Методы пассивного и последовательного поиска. Методы золотого сечения и половинного деления.

**Тема 3.** Многомерные задачи безусловной оптимизации. Метод покоординатного спуска. Градиентные методы. Проблемы оврагов и многоэкстремальности.

**Тема 4.** Линейное программирование. Общая постановка задачи линейного программирования. Приведение стандартной задачи линейного программирования к канонической. Графический метод решения задачи линейного программирования. Задачи целочисленного программирования. Симплекс-метод и симплекс-таблицы. Транспортная задача. Методы северо-западного угла и потенциалов.

**Тема 5.** Нелинейное программирование. Аналитическое решение задач условной оптимизации – метод неопределенных множителей Лагранжа. Численные методы, их классификация. Метод штрафных функций.

**Тема 6.** Динамическое программирование. Моделирование многошаговых процессов. Задача об оптимальном распределении ресурсов. Построение рекуррентных соотношений. Принцип оптимальности Беллмана.

**Тема 7.** Методы многокритериальной оптимизации. Метод последовательных уступок. Метод формирования обобщенного критерия. Аддитивная и мультипликативная свертки частных критериев. Метод главного критерия. Метод идеальной точки: понятия множества Парето, точки утопии, идеальной точки.

**Тема 8.** Вариационные методы. Основные понятия. Вариационные задачи поиска безусловного экстремума. Вариационные задачи на условный экстремум. Прямые методы вариационного исчисления. Постановка задачи оптимального управления.

**Тема 9.** Планирование многофакторных экстремальных экспериментов. Методика статистической обработки результатов экстремальных экспериментов.

### **3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Математические методы оптимизации в технике»**

| № занятия | Тема занятия                                                                       |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1         | Численные методы исследования экстремума функций одной переменной                  |
| 2         | Аналитические методы исследования экстремума функций нескольких переменных         |
| 3         | Графический метод решения задачи линейного программирования                        |
| 4         | Симплекс-метод. Транспортная задача                                                |
| 5         | Динамическое программирование                                                      |
| 6         | Методы многокритериальной оптимизации. Оптимизация по Парето                       |
| 7         | Элементы вариационного исчисления. Методы оптимизации функционалов                 |
| 8         | Планирование и статистическая обработка многофакторных экстремальных экспериментов |

## **4. Учебно-методическое и информационное обеспечение**

### **4.1. Нормативные документы и ГОСТы**

1. ФГОС ВО. Магистратура по направлению подготовки 15.04.01. Машиностроение. 2020.

2. Профессиональный стандарт «Специалист по технологиям механосборочного производства в машиностроении». 2021.

3. Академический учебный план по направлению подготовки: 15.04.01 Машиностроение. Профиль: Комплексные технологии сварочного и механосборочного производства /. Утвержден проректором по учебной работе университета Г.Х. Шарипзяновой. 2024.

4. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».

5. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

## 4.2. Основная литература

1. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова; М.: Высшая школа. – 2005. - 544 с.
2. Аттетков А.В. Методы оптимизации: учеб. пособие для вузов / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников; М.: РИОР: ИНФРА-М.; 2013.

## 4.3. Дополнительная литература

1. Гончаров, В.А. Методы оптимизации : учеб. пособие для вузов / В.А. Гончаров М.: Юрайт: Высшее образование, 2016.
2. Васильев, О.В. Методы оптимизации в задачах и упражнениях: учеб. Пособие / О.В. Васильев, А.В. Аргучинцев; М.: Физматлит, 1999.
3. Тихонов, А.Н. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении /А.Н. Тихонов; М.: Машиностроение. 1990.
4. Лунгу, К.Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач /КН Лунгу; М.: Физматлит, 2009. - 132 с.
5. Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: Учебное пособие для вузов – 3-е изд., стереотип. / Е.С. Вентцель; М.: Дрофа, 2004. - 208 с.
6. Кристаль, М.Г. Обработка результатов планирования экстремального эксперимента: учебное пособие / М.Г. Кристаль, А.Ю. Горелова; ВолгогрГТХ –Волгоград, 2019. - 70 с.

## 4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по разделам программы:

| Название ЭОР                                              |                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Основы вариационного исчисления                           | <a href="https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=476">https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=476</a>             |
| Математическая статистика                                 | <a href="https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=720">https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=720</a>   |
| Элементы математического анализа                          | <a href="https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=313">https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=313</a>   |
| Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | <a href="https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3362">https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3362</a> |

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (<http://mospolytech.ru/index.php?id=4486>, <http://mospolytech.ru/index.php?id=5822>);

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах: <http://exponenta.ru>, <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm>.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: [www.matematikalegko.ru](http://www.matematikalegko.ru)>studentu, [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru).

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным библиотекам университета (elib.mgup; lib.mami.ru/lib/content/elektronyy-katalog) к электронно-библиотечным системам (электронным библиотекам)

#### 4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

| № | Наименование               | Разработчик ПО (правообладатель) | Доступность (лицензионное, свободно распространяемое) | Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)                                                                      |
|---|----------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Astra Linux Common Edition | ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА"             | Лицензионное                                          | <a href="https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036">https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036</a> |
| 2 | МойОфис                    | ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"  | Лицензионное                                          | <a href="https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375">https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375</a> |
| 3 | NI Multisim 10.0.          | ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"  | Лицензионное                                          |                                                                                                                                             |

#### 4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

| №                                       | Наименование                                | Ссылка на ресурс                                                      | Доступность                              |
|-----------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| <b>Информационно-справочные системы</b> |                                             |                                                                       |                                          |
| 1                                       | Stack Overflow                              | <a href="https://stackoverflow.com/">https://stackoverflow.com/</a>   | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| 2                                       | Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс | <a href="http://www.consultant.ru">http:// www.consultant.ru</a>      | Доступно                                 |
| <b>Электронно-библиотечные системы</b>  |                                             |                                                                       |                                          |
| 3                                       | Лань                                        | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>           | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| 4                                       | IPR Books                                   | <a href="https://www.iprbookshop.ru/">https://www.iprbookshop.ru/</a> | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| <b>Профессиональные базы данных</b>     |                                             |                                                                       |                                          |

|   |                                                                                                                                    |                                                                                             |          |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 5 | База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)                                                                           | <a href="http://www.elibrary.ru">http://www.elibrary.ru</a>                                 | Доступно |
| 6 | Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных | <a href="http://webofscience.com">http://webofscience.com</a>                               | Доступно |
| 7 | Zefar91                                                                                                                            | <a href="https://www.youtube.com/user/Zefar91">https://www.youtube.com/user/Zefar91</a>     | Доступно |
| 8 | tolik7772                                                                                                                          | <a href="https://www.youtube.com/user/tolik7772">https://www.youtube.com/user/tolik7772</a> | Доступно |

## **5. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения учебных занятий используются:

- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, интерактивная доска, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

## **6. Методические рекомендации**

### **6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения**

#### **6.1.1. Образовательные технологии**

Возможно проведение занятий в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS). Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Преподавателю, прежде всего, следует обратить внимание магистрантов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если магистранты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет магистрантам успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать магистрантам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать магистрантов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Магистрант должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

## **6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

При подготовке к занятиям магистрант должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, магистранту следует обращаться за консультацией к преподавателю.

При решении задач могут использоваться пакеты компьютерной алгебры: коммерческий пакет MathLab или свободный пакет Maxima.

В начале практического занятия преподаватель знакомит магистрантов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задание. В течение отведенного времени на выполнение работы магистрант может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных работ: проверка отчета, собеседование со магистрантом.

## Раздел 7

### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### «Математические методы оптимизации в технике»

Направление подготовки  
**15.04.01 «Машиностроение»**

**Магистерская программа:  
«Комплексные технологии сварочного и механосборочного производства»**

#### 7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

##### Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Математические методы оптимизации в технике» и реализация компетентного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном зачете по дисциплине с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Математические методы оптимизации в технике» и в целом по дисциплине составляет 44 % аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 50 % от объема аудиторных занятий.

Проведение занятий и аттестаций предусматривается также в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п. 4.4).

#### 7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине. Обучение по дисциплине «Математические методы оптимизации в технике» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

| Код и наименование компетенций                                                                                                          | Индикаторы достижения компетенции                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-5 способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем | <b>знать:</b><br>основные методы одномерной и многомерной безусловной и условной оптимизации; линейное и динамическое программирование; мето- |

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| технологических процессов | <p>ды многокритериальной оптимизации и основные принципы построения алгоритмов их решения</p> <p><b>уметь:</b><br/>использовать постановки задач и методы математического моделирования и оптимизации для решения прикладных задач</p> <p><b>владеть:</b><br/>способностью применять современные аналитические и численные методы для разработки математических моделей машин, приводов, оборудования, систем технологических процессов..</p> |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Форма промежуточной аттестации: зачет

Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено».

| Шкала оценивания | Описание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Зачтено          | Выполнены все <b>обязательные условия подготовки магистранта к промежуточной аттестации</b> , <i>предусмотренные программой дисциплины</i> . Магистрант демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации. |
| Не зачтено       | Не выполнены <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , <i>предусмотренные программой дисциплины</i> , ИЛИ магистрант демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, магистрант испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.                                      |

### 7.3. Оценочные средства

#### Перечень оценочных средств по дисциплине «Математические методы оптимизации в технике»

Таблица 2

| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в ФОС |
|-------|----------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1     | Контрольная (са-                 | Средство проверки умений применять         | Комплект кон-                           |

|                                    |                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                       |
|------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
|                                    | мостоятельная)<br>работа в аудито-<br>рии<br>(КР) | полученные знания для решения задач<br>определенного типа по теме или разде-<br>лу                                                                                                                                                                                      | трольных заданий<br>по вариантам                                      |
| 3                                  | Расчетно-<br>графическая ра-<br>бота<br>(РГР)     | Средство проверки умений применять<br>полученные знания по заранее опреде-<br>ленной методике для решения задач<br>или заданий по модулю или дисци-<br>плине в целом.                                                                                                   | Комплект заданий<br>для выполнения<br>расчетно-<br>графической работы |
| 4                                  | Устный опрос<br>собеседование,<br>(УО)            | Средство контроля, организованное как<br>специальная беседа педагогического<br>работника с обучающимся на темы,<br>связанные с изучаемой дисциплиной, и<br>рассчитанное на выяснение объема<br>знаний обучающегося по определенно-<br>му разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по<br>темам/разделам<br>дисциплины                            |
| 5                                  | Тест<br>(Т)                                       | Система стандартизированных заданий,<br>позволяющая автоматизиро-<br>вать процедуру измерения уровня зна-<br>ний и умений обучающегося.                                                                                                                                 | Фонд тестовых<br>заданий                                              |
| 6                                  | Билеты к зачету<br>(ЭБ)                           | Средство проверки знаний, умений, навы-<br>ков. Может включать комплекс теоретиче-<br>ских вопросов, задач, практических зада-<br>ний.                                                                                                                                  | Билеты к зачету.<br>Шкала оценивания и<br>процедура приме-<br>нения.  |
| Промежуточная атте-<br>стация (ПА) |                                                   | Зачет (З )                                                                                                                                                                                                                                                              | 1) устно (У)<br>2) письменно (П)                                      |

### 7.3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопро-  
сы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися раз-  
делов дисциплины, прием РГР.

**Расчетно-графическая работа №1. Основные методы безусловной и условной оп-  
тимизации.**

*Содержание работы.* Нахождение градиента, исследование на экстремум целевых функций  
одной и нескольких переменных, нахождение условного экстремума функции.

Решение задач линейного программирования: приведение к каноническому виду, решение  
графическим методом и симплекс – методом. Решение транспортной задачи. Решение задачи  
многокритериальной оптимизации методом идеальной точки.

**Содержание расчетно-графической работы (полный перечень заданий хранится на ка-  
федре). Типовые задачи прилагаются.**

#### Задание 1

|   |                                                   |                                  |
|---|---------------------------------------------------|----------------------------------|
| № | Найти градиент функции в точке<br>$M_0(x_0, y_0)$ | Исследовать на экстремум функцию |
|---|---------------------------------------------------|----------------------------------|

|   |                              |             |                            |
|---|------------------------------|-------------|----------------------------|
| 1 | $z = \frac{y^2}{\sqrt{x}}$   | $M_0(4,6)$  | $z = x^3 + y^3 - 3xy + 1$  |
| 2 | $z = \frac{x^4 + 3y^2}{4xy}$ | $M_0(1,-1)$ | $z = 2x^2 + xy - x + y^2$  |
| 3 | $z = x^3 - 3y^2x$            | $M_0(3,2)$  | $z = x^2 - 3x + 3y^2 + 4y$ |

### Задание 2

| № вар. | Найти условный экстремум функции                                                            |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1      | $f(x) = x_1^2 + x_2^2,$<br>$g(x) = x_1 + x_2 - \sqrt{2},$<br>$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$ |
| 2      | $f(x) = x_1 + x_2,$<br>$g(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2,$<br>$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$        |
| 3      | $z = 4x - y,$<br>$x^2 - y^2 = 15,$<br>$x \geq 0, \quad y \geq 0$                            |

### Задание 3

Привести к каноническому виду задачу линейного программирования

|   |                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | $L(X) = 3x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_3 \geq -5 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$                                                            |
| 2 | $L(X) = x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \min$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_4 \leq 8, \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq -2, \\ x_2 - 2x_4 = 11 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$ |
| 3 | $L(X) = 2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \max$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_3 \leq 12, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 \geq 4 \end{cases} \quad 0 \leq x_1, \quad 0 \leq x_2$                                                       |

### Задание 4

Решить графически задачу линейного программирования

|   |                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | <p>Решить графически задачу линейного программирования</p> $L(X) = 3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 0, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ 7x_1 + 5x_2 \leq 35, \\ 6x_1 + 14x_2 \geq 21 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$ |
| 2 | <p>Решить графически задачу линейного программирования</p> $L(X) = 3x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 - x_2 \geq 2, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 8 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$                          |
| 3 | <p>Решить графически задачу линейного программирования</p> $L(X) = 2x_1 + 3x_2 + 1 \rightarrow \max, \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 \geq -2 \end{cases} \quad 0 \leq x_1 \leq 4, \quad 0 \leq x_2 \leq 4$    |

### Задание 5

#### Решить транспортную задачу

Методом северо – западного угла найти оптимальный план перевозок, то есть рассчитать сколько груза должно быть отправлено из каждого пункта отправления  $A_i$  в каждый пункт назначения  $B_k$  (запасы и потребности указаны в таблице) с тем, чтобы суммарная стоимость перевозок была наименьшей. Построить опорное решение транспортной задачи

№1

| $B_j \backslash A_i$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | Запасы |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $A_1$                | 1     | 3     | 4     | 2     | 30     |
| $A_2$                | 4     | 5     | 8     | 3     | 40     |
| $A_3$                | 2     | 3     | 6     | 1     | 90     |
| Потребности          | 40    | 20    | 30    | 70    |        |

№2

1. Построить опорное решение транспортной задачи

| $B_j \backslash A_i$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | Запасы |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $A_1$                | 1     | 3     | 4     | 2     | 60     |
| $A_2$                | 4     | 5     | 8     | 3     | 80     |
| $A_3$                | 2     | 3     | 6     | 1     | 100    |
| Потребности          | 40    | 60    | 80    | 60    |        |

№3

1. Построить опорное решение транспортной задачи

| $B_j \backslash A_i$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | Запасы |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $A_1$                | 1     | 3     | 4     | 2     | 30     |
| $A_2$                | 4     | 5     | 8     | 3     | 40     |
| $A_3$                | 2     | 3     | 6     | 1     | 90     |
| Потребности          | 40    | 20    | 30    | 70    |        |

### Задание 6

На множестве  $\omega$  плоскости  $xOy$ , определяемом системой неравенств

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq a, \\ 0 \leq y \leq b, \end{cases}$$

заданы две линейные целевые функции двух переменных  $U(x, y)$  и  $V(x, y)$ .

Найти решение  $U(x, y) \rightarrow \max$ ,

и значения  $x, y \in \omega$ , при которых достигается максимум целевых функций.

$$V(x, y) \rightarrow \max$$

| № варианта | $\omega$                                                         | Целевые функции                                    |
|------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1          | $\begin{cases} 0 \leq x \leq 4, \\ 0 \leq y \leq 5, \end{cases}$ | $U(x, y) = 2x - y + 9,$<br>$V(x, y) = -x + 2y + 6$ |
| 2          | $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2, \\ 0 \leq y \leq 2, \end{cases}$ | $U(x, y) = 3x - y + 2,$<br>$V(x, y) = -x + 2y + 4$ |
| 3          | $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2, \\ 0 \leq y \leq 2, \end{cases}$ | $U(x, y) = 4x - y + 4,$<br>$V(x, y) = -x + 4y + 2$ |

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются промежуточные (пробные) тесты.

### 7.3.2. Промежуточная аттестация

#### 1. Комплект вопросов (УО)

- Задачи оптимизации. Основные понятия (критерии оптимизации, целевая функция). Классы задач оптимизации.
- Классическая задача экстремума функции одной переменной.
- Прямые методы решения задач одномерной оптимизации.
- Методы нулевого порядка. Применение метода деления пополам.
- Методы нулевого порядка. Применение метода золотого сечения.
- Классический метод минимизации функций многих переменных. Понятие градиента. Линии уровня.

7. Метод покоординатного спуска.
8. Метод градиентного спуска.
9. Метод наискорейшего спуска.
10. Геометрическая интерпретация методов покоординатного и градиентного спуска.
11. Проблема оврагов в градиентных методах.
12. Различные формы записи задач линейного программирования (стандартная и каноническая).
13. Геометрический способ решения задач линейного программирования.
14. Целочисленное программирование.
15. Основная идея симплекс-метода. Алгоритм симплекс-метода.
16. Построение опорного решения (начальной симплекс-таблицы).
17. Транспортная задача. Метод потенциалов, метод северно – западного угла.
18. Постановка задачи нелинейного программирования. Классификация методов. Проблема многоэкстремальности.
19. Метод штрафных функций.
20. Метод неопределенных множителей Лагранжа в задачах нелинейного программирования.
21. Динамическое программирование Постановка и алгоритм решения задачи пошаговой оптимизации.
22. Задача о рациональном распределении ресурсов.
23. Принцип оптимальности Беллмана. Рекуррентные формулы метода динамического программирования.
24. Многокритериальная оптимизация. Компромиссные решения.
25. Метод последовательных уступок.
26. Метод формирования обобщенного критерия.
27. Метод назначения главного критерия.
28. Метод идеальной точки. Множество Парето. Оптимизация по Парето.
29. Понятия функционала, вариации аргумента функционала, вариации функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
30. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
31. Изопериметрическая вариационная задача на условный экстремум.
32. Прямые методы вариационного исчисления.
33. Основные принципы планирования экстремальных экспериментов и методы обработки полученных экспериментальных данных.

## **2. Билеты к зачету**

2.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине " Математические методы оптимизации в технике".

2.2. Регламент зачета: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин. Способ контроля: устные ответы.

Комплекты билетов включают по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся на кафедре).

**Типовые варианты билетов прилагаются.**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»

Дисциплина «Математические методы оптимизации в технике»

Курс 1, семестр 1

**БИЛЕТ № 1**

1. Основные понятия теории оптимизации (критерии оптимизации, целевая функция).  
Классы задач оптимизации.
2. Построить опорное решение транспортной задачи

| $B_j$       | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | Запасы |
|-------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $A_i$       |       |       |       |       |        |
| $A_1$       |       |       |       |       | 90     |
| $A_2$       |       |       |       |       | 100    |
| $A_3$       |       |       |       |       | 90     |
| Потребности | 70    | 60    | 80    | 70    |        |

3. Найти условный экстремум функции

$$z = x^2 - y^2,$$

$$2x - y = 3,$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «02» 05. 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Н.В. Васильева / \_\_\_\_\_ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»

Дисциплина «Математические методы оптимизации в технике»

Курс 1, семестр 1

**БИЛЕТ № 2**

2. Обзор методов многокритериальной оптимизации.
3. Решить графически задачу линейного программирования  $L(X) = 3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 0, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ 7x_1 + 5x_2 \leq 35, \\ 6x_1 + 14x_2 \geq 21 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

4. Найти градиент функции  $z = 2xy + 3z - 2z^2$  в точке  $M_0(1, 2, 0)$

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «02» 05. 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Н.В. Васильева / \_\_\_\_\_ /

Возможно проведение промежуточной аттестации в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS). Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

**Приложение 1**  
**Тематический план содержания дисциплины**  
**«Математические методы оптимизации в технике»**  
 Направление подготовки  
**15.04.01 «Машиностроение»**  
**Образовательная программа (профиль подготовки):**  
**«Комплексные высокоэффективные технологии машиностроения»**  
 Квалификация (степень) выпускника:  
**Магистр**  
 Форма обучения  
**Очная**  
**Год приема 2026**

| п/<br>п        | Раздел                                                                                                                                                                                                           | Семестр | Неделя<br>Семестра | Виды учебной работы,<br>включая самостоятель-<br>ную<br>работу магистров,<br>и трудоемкость в часах |         |     |         |         | Виды самостоятельной рабо-<br>ты<br>Магистрантов |          |         |                   |     | Фор-<br>мы<br>атте-<br>ста-<br>ции |   |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----|---------|---------|--------------------------------------------------|----------|---------|-------------------|-----|------------------------------------|---|
|                |                                                                                                                                                                                                                  |         |                    | Л                                                                                                   | П/<br>С | Лаб | СР<br>С | КС<br>Р | К.Р<br>.                                         | К.П<br>. | РГ<br>Р | Ре-<br>фе-<br>рат | К/р | Э                                  | З |
| Первый семестр |                                                                                                                                                                                                                  |         |                    |                                                                                                     |         |     |         |         |                                                  |          |         |                   |     |                                    |   |
| 1              | Тема 1. Общая постановка задачи оптимизации и основные понятия. Классификация методов оптимизации. Одномерные задачи оптимизации. Аналитические методы исследования экстремума целевой функции одной переменной. | 1       | 1                  | 4                                                                                                   |         |     | 2       |         |                                                  |          |         |                   |     |                                    |   |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |   |   |   |   |  |   |  |  |  |   |  |   |  |  |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|--|---|--|--|--|---|--|---|--|--|
| 2 | <b>Тема 2..</b> Численные методы поиска экстремума целевой функции одной переменной: методы пассивного и последовательного поиска. Методы золотого сечения и половинного деления.<br><b>Выдача РГР.</b>                                                                                            | 1 | 2 |   | 2 |  | 2 |  |  |  | + |  |   |  |  |
| 3 | <b>Тема 3.</b> Многомерные задачи безусловной оптимизации. Метод по- координатного спуска. Градиент- ные методы.                                                                                                                                                                                   | 1 | 3 | 2 |   |  | 2 |  |  |  | + |  |   |  |  |
| 4 | <b>Тема 4.</b> Линейное программирова- ние. Общая постановка задачи ли- нейного программирования. При- ведение стандартной задачи линей- ного программирования к канони- ческой. Графический метод реше- ния задачи линейного программ- ирования. Задача целочисленного линейного программирования | 1 | 4 |   | 2 |  | 2 |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 5 | Симплекс-метод и симплекс- таблицы. Построение опорного ре- шения                                                                                                                                                                                                                                  | 1 | 5 | 4 |   |  | 2 |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 6 | Транспортная задача. Методы севе- ро-западного угла и потенциалов.<br><b>Самостоятельная работа №1 в аудитории</b>                                                                                                                                                                                 | 1 | 6 |   | 2 |  | 2 |  |  |  |   |  | + |  |  |
| 7 | <b>Тема 5.</b> Нелинейное программиро- вание. Аналитическое решение за-                                                                                                                                                                                                                            | 1 | 7 | 2 |   |  | 2 |  |  |  |   |  |   |  |  |

|    |                                                                                                                                                         |   |    |   |   |  |   |  |  |  |   |  |   |  |  |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----|---|---|--|---|--|--|--|---|--|---|--|--|
|    | дач условной оптимизации – метод неопределенных множителей Лагранжа                                                                                     |   |    |   |   |  |   |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 8  | Численные методы поиска условной оптимизации, их классификация. Метод штрафных функций                                                                  | 1 | 8  |   | 2 |  | 2 |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 9  | <b>Тема 6.</b> Динамическое программирование. Моделирование многошаговых процессов. Принцип оптимальности Беллмана.                                     | 1 | 9  | 4 |   |  | 3 |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 10 | Задача об оптимальном распределении ресурсов между предприятиями                                                                                        | 1 | 10 |   | 2 |  | 3 |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 11 | <b>Тема 7.</b> Методы многокритериальной оптимизации. Метод последовательных уступок. Метод формирования обобщенного критерия. Метод главного критерия. | 1 | 11 | 4 |   |  | 3 |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 12 | Метод идеальной точки. Оптимизация по Парето.<br><b>Самостоятельная работа №2 в аудитории.</b>                                                          | 1 | 12 |   | 2 |  | 3 |  |  |  |   |  | + |  |  |
| 13 | <b>Тема 8.</b> Вариационные методы. Основные понятия вариационного исчисления. Постановки задач и методы оптимизации функционалов                       | 1 | 13 | 6 |   |  | 3 |  |  |  |   |  |   |  |  |
| 14 | Прямые методы вариационного исчисления. Методы Ритца и Бубнова-Галеркина                                                                                | 1 | 14 |   | 2 |  | 3 |  |  |  | + |  |   |  |  |

|    |                                                                            |   |    |           |           |  |           |  |  |  |                                   |  |                              |  |          |
|----|----------------------------------------------------------------------------|---|----|-----------|-----------|--|-----------|--|--|--|-----------------------------------|--|------------------------------|--|----------|
| 15 | <b>Тема 9.</b> Планирование многофакторных экстремальных экспериментов.    | 1 | 15 | 6         |           |  | 3         |  |  |  |                                   |  |                              |  |          |
| 16 | Методика статистической обработки результатов экстремальных экспериментов. | 1 | 16 |           | 2         |  | 3         |  |  |  |                                   |  |                              |  |          |
|    | <b>Форма аттестации</b>                                                    |   |    |           |           |  |           |  |  |  |                                   |  |                              |  | <b>3</b> |
|    | <b>Всего часов по дисциплине</b>                                           |   |    | <b>32</b> | <b>16</b> |  | <b>60</b> |  |  |  | <b>1</b><br><b>РГ</b><br><b>Р</b> |  | <b>2 сам.</b><br><b>раб.</b> |  |          |