МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Транспортный факультет

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана
________________ /М.Н. Лукьянов/
«16» февраля 2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Элементы математического моделирования физических процессов

Направление подготовки/специальность
23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства

Профиль/специализация
Компьютерный инжиниринг в автомобилестроении

Квалификация
инженер

Формы обучения
очная

Москва, 2023 г

Программу составил:

_________________/ В.С. Ноздрин /

Согласовано:

Заведующий кафедрой
доцент, к.э.н. ______________ ров/

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- - формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения важных для практических приложений задач оптимизации;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП специалитета

Дисциплина «Элементы математического моделирования физических процессов» относится к элективным дисциплинам Ее изучение базируется на дисциплине « Математика». Дисциплина обеспечивает изучение дисциплин:

- математика;
- физика;
- сопротивление материалов;
- теоретическая механика;
- прикладная теория колебаний;
- надежность механических систем;
- динамика машин;
- вычислительная механика;
- статистическая механика;
- прикладные методы расчетов на прочность;
- основы физики прочности и механика разрушения;
- строительная механика машин;
- основы вариационного исчисления;
- теория упругости;
- теория пластичности;
- теория ползучести;
- устойчивость деформируемых систем;
- численные методы.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	**знать:** • актуальные проблемы современного научного и технического развития, философские проблемы саморазвития и самореализации человека в области математики и технических наук **уметь:** • абстрактно мыслить, обобщать, систематизировать и анализировать полученную информацию **владеть:** • на основе освоения основных положений, законов и методов математики владеть способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу информации

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетные единицы, т.е. **144** академических часа (из них **72** часа – самостоятельная работа студентов).

Дисциплина «Элементы математического моделирования физических процессов» изучается на втором курсе в четвертом семестре. При этом на лекции выделяется **1** час в неделю (**18** часов), на практические занятия – **3** часа в неделю (**54** часа), форма контроля - экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» по срокам и видам работы отражены в Приложении.

Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Тема 1. Основы математического моделирования. Понятие математической модели, их классификация и применение в детерминированных и стохастических задачах. Основные принципы математического моделирования. Универсальность математических моделей.

Тема 2. Применение теории обыкновенных дифференциальных уравнений к задачам колебаний и устойчивости упругих систем. Решение уравнений свободных и вынужденных колебаний одномассовых систем с учетом демпфирования. Примеры задач на собственные значения из технической механики.

Тема 3. Применение линейных дифференциальных уравнений в частных производных для моделирования различных физических процессов. Постановки начально – краевых и краевых задач математической физики.
Тема 4. Аналитические и численные методы решения уравнений математической физики.
Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа. Решения задач о продольных колебаниях стержней, крутильных колебаниях валов. Электрические колебания. Телеграфное уравнение.
Тема 5. Решения задач теплопроводности и диффузии. Пространственные задачи. Распространение тепла в однородном цилиндре. Функции Бесселя.
Тема 6. Применение прямых вариационных методов (Ритца, Бубнова – Галеркина) к решению задач механики. Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе.
Тема 7. Математическое моделирование напряженно – деформированного состояния, устойчивости и колебаний типовых элементов тонкостенных конструкций (стержней, пластин и оболочек). Бигармоническое уравнение. Геометрически нелинейная теория пластин - уравнения Феппля – Кармана.
Тема 8. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

– защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;

- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.

– организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;

– проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru, fepo.ru;*

– использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;

итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 33 % от объема аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- две расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа № 1. Применение обыкновенных дифференциальных уравнений к задачам устойчивости и колебаний.

Её краткое содержание:

Решение обыкновенных линейных дифференциальных однородных и неоднородных уравнений и систем.

Расчетно-графическая работа № 1. Часть 2. Решение уравнений математической физики.

Её краткое содержание:

Нахождение собственных функций параболического, гиперболического или эллиптического уравнения.

Построение решения начально-краевых задач для однородных и неоднородных дифференциальных уравнений гиперболического и параболического типов.

Построение решения краевых задач для однородных и неоднородных дифференциальных уравнений эллиптического типа.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Элементы математического моделирования физических процессов»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплины в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий				
Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**

знать: актуальные проблемы современного научного и технического развития, философские проблемы саморазвития и самореализации человека в области математики и технических наук	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
уметь: абстрактно мыслить, обобщать, систематизировать и анализировать полученную информацию	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться методами математической физики. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: на основе освоения основных положений, законов и методов математики владеть способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу информации	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет методами математической физики, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет методами математической физики, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Зализняк, В. Е. Введение в математическое моделирование: учебное пособие для вузов / В. Е. Зализняк, О. А. Золотов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 133 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12249-7.

URL: https://urait.ru/bcode/447100

2. Бордовский, Г. А. Физические основы математического моделирования : учебник и практикум для вузов / Г. А. Бордовский, А. С. Кондратьев, А. Чоудери. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 319 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05365-4.

URL: https://urait.ru/bcode/513201

б) дополнительная литература:

1. Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8897-0.

URL: https://urait.ru/bcode/452200

в) Электронные образовательные ресурсы

Курс «Численные методы»
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=1325

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных и практических занятий общего фонда, столы учебные со скамьями, аудиторная доска. Рабочее место преподавателя: стол, стул.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел математики, посвященный математическому моделированию физических процессов различной природы, очевидно, является чрезвычайно важным для подготовки будущих специалистов и включает в себя исключительно много типов моделей и методов их анализа. Из-за ограниченности объема курса и с учетом того, что многие модели, расчетные схемы и методы их программной реализации будут рассматриваться в специальных дисциплинах, в данном общеобразовательном курсе предусматривается обсуждение некоторых наиболее распространенных классических задач прикладной математики и механики, моделируемых, в основном, обыкновенными дифференциальными уравнениями и линейными дифференциальными уравнениями в частных производных (изучение таких уравнений второго порядка составляет предмет математической физики).

При изучении уравнений математической физики следует, прежде всего, обратить внимание на классификацию уравнений. Всё многообразие уравнений математической физики может быть разделено на три класса. Уравнения каждого класса обладают общими свойствами решений. В каждом из этих классов есть простейшее уравнение, называемое *каноническим*. Принадлежность уравнения к тому или иному классу определяется соотношением между коэффициентами при старших производных.

Особое внимание надо обратить на постановки начально-краевых задач для уравнений гиперболического, параболического типов и краевых задач для уравнений эллиптического типа.

Любое дифференциальное уравнение математической физики имеет бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения необходимо задание дополнительных условий, которые позволяют однозначно описать конкретный физический процесс. Количество и вид этих условий зависят от характера и порядка производных, входящих в уравнение, от формы области, в которой ищется решение уравнения, от характера взаимодействия рассматриваемого тела (или процесса в выделенном теле) с окружающей средой. В общем случае дополнительными условиями могут быть *начальные* и *граничные условия*.

Начальные условия описывают состояние объекта в начальный момент времени. Для уравнения гиперболического типа ставятся два начальных условия соответственно второму порядку производной по времени, входящей в уравнение. Они характеризуют величины отклонений и скоростей точек объекта (струны, стержня и др.) в начальный момент времени. Для уравнения параболического типа ставится одно начальное условие, что соответствует первому порядку производной по времени (если искомая функция в уравнении теплопроводности $u(x,t)$ – температура в произвольном сечении стержня в любой момент времени t, то начальным условием задаётся распределение температуры по длине стержня в начальный момент времени $t = 0$).

Граничные условия для волнового уравнения (если оно описывает, например, поперечные колебания струны конечных размеров) характеризуют поведение концов струны в процессе колебаний и зависят от характера их закрепления.

Для уравнения теплопроводности стержня граничные условия имеют существенно различный вид в зависимости от характера теплообмена концов стержня с окружающей средой.

Для уравнения эллиптического типа, как и для уравнения параболического типа, также различают разные краевые задачи в зависимости от условий на контуре рассматриваемой области.

Поэтому постановка задачи математической физики включает задание дифференциального уравнения в частных производных, описывающего исследуемый процесс, а также в общем случае граничных и начальных условий, позволяющих получить единственное решение.

Если задача математической физики поставлена корректно, то её решение существует, единственно и устойчиво к малым изменениям исходных данных.

Требование непрерывной зависимости решения от исходных данных обусловлено тем, что физические данные, характеризующие начальное состояние системы, определяются, как правило, экспериментально, и всегда с некоторой погрешностью. Поэтому необходима уверенность в том, что малая погрешность в исходных данных будет приводить лишь к малой погрешности в решении, то есть решение задачи не должно существенно зависеть от погрешностей измерений.

При подготовке к занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Предварительно необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся ни в программе средней школы, ни в классических разделах высшей математики на первом курсе. Однако он вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра.

Вошедшие в курс ряды Фурье и уравнения математической физики практически имеют очень широкое распространение для решения разного рода естественнонаучных задач. Их освоение поможет студентам успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и студенческих научно-технических конференциях, и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Структура и содержание дисциплины
«Элементы математического моделирования физических процессов»
Специальность
23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства»
«Компьютерный инжиниринг в автомобилестроении»
Квалификация (степень) выпускника:
Инженер
Форма обучения
Очная

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы атте-стации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Четвертый семестр															
1.1	**Введение**. Понятие математической модели их классификация Основные принципы математического моделирования	4	1	2	2		4								
1.2	Применение теории обыкновенных дифференциальных уравнений к задачам колебаний и устойчивости упругих систем. Решение уравнений свободных и вынужденных колебаний одномассовых систем с учетом демпфирования. **Выдача РГР №1**	4	2		4		4				+				
1.3	Уточненные двумерные модели поперечных колебаний стержней. Сдвиговая модель Тимошенко	4	3	2	2		4								
1.4	Примеры задач на собственные значе-	4	4		4		4								

	ния из технической механики.														
1.5	Применение линейных дифференциальных уравнений в частных производных для моделирования различных физических процессов. Постановки начально – краевых и краевых задач математической физики. **Выдача РГР №2**	4	5	2	2		4			+					
1.6	Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа. Решения задач о продольных колебаниях стержней, крутильных колебаниях валов.	4	6		4		4								
1.7	Электрические колебания. Телеграфное уравнение.	4	7	2	2		4								
1.8	Решения задач теплопроводности и диффузии для уравнений параболического типа.	4	8		4		4								
1.9	Пространственные задачи для уравнения теплопроводности. Распространение тепла в однородном цилиндре. Функции Бесселя.	4	9	2	2		4								
1.10	Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для неоднородного уравнения Лапласа в прямоугольной области в двойных тригонометрических рядах Фурье **Самостоятельная работа №2 (в ауди-**	4	10		4		4								

	тории)														
1.11	Математическое моделирование напряженно – деформированного состояния, устойчивости и колебаний типовых элементов тонкостенных конструкций (стержней, пластин и оболочек).	4	11	2	2		4								
1.12	Элементы прикладной теории изгиба пластин. Бигармоническое уравнение. Решение Навье задачи об изгибе шарнирно опертой пластины в двойных тригонометрических рядах	4	12		4		4								
1.13	Геометрически нелинейная теория пластин - уравнения Феппля – Кармана.	4	13	2	2		4								
1.14	Применение прямых вариационных методов (Ритца, Бубнова – Галеркина) к решению задач механики.	4	14		4		4								
1.15	Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе.	4	15	2	2		4								
1.16	Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных	4	16		4		4								
1.17	Некоторые задачи математического моделирования технологических процессов	4	17	2	2		4								
1.18	Обзорное практическое занятие	4	18		4		4								
	Контрольное тестирование	4	18		2								+		
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в четвертом семестре			**18**	**54**		**72**				**2 РГР**		**1 сам. раб.**		

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОЛМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Специальность
23.05.01 «НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА»
«Компьютерный инжиниринг в автомобилестроении»
Квалификация (степень) выпускника:
Инженер
Форма обучения
Очная

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Элементы математического моделирования физических процессов»

Москва, 2022 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

<table>
<tr><td colspan="6">«Элементы математического моделирования физических процессов»</td></tr>
<tr><td colspan="6">ФГОС ВО 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства»
Профиль «Компьютерный инжиниринг в автомобилестроении»</td></tr>
<tr><td colspan="6">В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие компетенции</td></tr>
<tr><td colspan="2">КОМПЕТЕНЦИИ</td><td>Перечень компонентов</td><td>Технология формирования компетенций</td><td>Форма оценочного средства**</td><td>Степени уровней освоения компетенций</td></tr>
<tr><td>ИНДЕКС</td><td>ФОРМУЛИРОВКА</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>УК-1</td><td>Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</td><td>знать:
• актуальные проблемы современного научного и технического развития, философские проблемы саморазвития и самореализации человека в области математики и технических наук
уметь:
• абстрактно мыслить, обобщать, систематизировать и анализировать полученную информацию
владеть:
• на основе освоения основных положений, законов и методов математики владеть способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу информации</td><td>лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия</td><td>УО
РГР</td><td>Базовый уровень
-владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;
- осознает необходимость повышения квалификации и самостоятельно овладевать знаниями в области профессиональной деятельности.

Повышенный уровень
-владеет методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний;
-владеет различными способами сбора, обработки и применения математической информации;</td></tr>
</table>

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Приложение 2

Перечень оценочных средств по дисциплине

«Элементы математического моделирования физических процессов»

Таблица 1

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
3	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
4	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
5	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
6	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине " Элементы математического моделирования физических процессов ".
1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.
- Способ контроля: устные ответы.
1.3. Шкала оценивания:
"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.
"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

a. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

Типовые варианты билетов прилагаются.

ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет транспортный,
кафедра «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»
Дисциплина «Элементы математического моделирования физических процессов»
Курс 2, семестр 4

БИЛЕТ № 1

1. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в случае сферической симметрии.
2. Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе.
3. Решить начально - краевую задачу $\frac{\partial u}{\partial t} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

$$u(0.t) = 0; \quad u(5,t) = 15; \quad u(x,0) = 3.$$

Утверждено на заседании кафедры «__» ______________ 20___ г., протокол № __

Заведующий кафедрой _______________/Скворцов А.А./

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет транспортный,
кафедра «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»
Дисциплина «Элементы математического моделирования физических процессов»
Курс 2, семестр 4 Курс 2, семестр 4

БИЛЕТ № 5

1. Решение неоднородного волнового уравнения при однородных граничных и начальных условиях методом разложения по собственным функциям.
2. Решения задач теплопроводности и диффузии для уравнений параболического типа.
3. Решить начально - краевую задачу $\frac{\partial u}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

$$u(0.t) = 5; \quad u(2,t) = 12; \quad u(x,0) = 2 - x.$$

Утверждено на заседании кафедры «__» ______________ 20___ г., протокол № __

Заведующий кафедрой _______________/Скворцов А.А./

Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (КР,Т)

(для оценки компетенций УК-1)

по дисциплине

«Элементы математического моделирования физических процессов»

(наименование дисциплины)

В А Р И А Н Т № 1

ЗАДАНИЕ 1

К какому типу относится линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+8\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+2\frac{\partial u}{\partial y}+3u=0\,?$$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 2

Уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=10^4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $(u(x,t)\,[м];\quad 0\le x\le l,\ t\ge 0)$ описывает малые свободные поперечные колебания струны. Концы струны закреплены неподвижно. Найдите основную частоту ω $[1/сек]$ собственных колебаний струны, если длина струны $l=50\,м$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3

Найдите коэффициент температуропроводности a^2 $[м^2/сек]$ в уравнении теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,\quad t\ge 0),$$

если коэффициент теплопроводности материала $k=50\,Дж/(м\cdot град\cdot сек)$, удельная теплоемкость $c=500\,Дж/(кг\cdot град)$, удельная плотность материала стержня $\rho=7000\ кг/м^3$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 4

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,\quad t\ge 0)$$

$$u(0,t)=0,\quad u(l,t)=0,\ u(x,0)=f(x),\quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi(x)$$

имеет вид $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n\cos\frac{n\pi at}{l}+B_n\sin\frac{n\pi at}{l}\right)\sin\frac{n\pi x}{l}$,

где A_n и B_n - произвольные постоянные:

$$A_n=\frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx,\qquad B_n=\frac{2}{n\pi a}\int_0^l\varphi(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx.$$

Запишите решение задачи при $a=4,\quad l=2,\quad f(x)=1,\quad \varphi(x)=0$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5

Дано неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$ при однородных граничных и начальных условиях

$$u(0,t) = u(8,t) = 0, \quad u(x,0) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

Найдите (с точностью до множителя) собственные функции задачи.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le l, \quad t \ge 0) \quad u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \; u(x,0) = f(x)$$

имеет вид $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\left(\frac{n\pi a}{l}\right)^2 t} \sin\frac{n\pi x}{l}$, где A_n - произвольная постоянная $A_n = \frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx$. Запишите решение задачи при $a = 1, l = 1, f(x) = 1.$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Дано однородное уравнение теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 1, \quad t \ge 0).$$

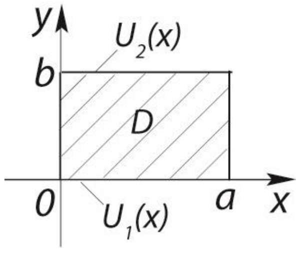
На концах стержня заданы постоянные и различные ненулевые температуры $u(0,t) = 15, \quad u(1,t) = 25$, начальное условие: $u(x,0) = 20x + 5.$

Подберите новую функцию $v(x,t)$, связанную с искомой функцией $u(x,t)$ так, чтобы для неё граничные условия стали однородными. Какой вид примет при этом начальное условие $v(x,0)$?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Общее решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ в прямоугольной области $D: 0 \le x \le a, \; 0 \le y \le b$, при однородных граничных условиях на вертикальных сторонах области $u(0,y) = 0, \quad u(a,y) = 0$



имеет вид $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\alpha_n \operatorname{sh}\frac{n\pi(b-y)}{a} + b_n \operatorname{sh}\frac{n\pi y}{a}\right]\sin\frac{n\pi x}{a}\left(sh\frac{n\pi b}{a}\right)^{-1},$

где $\alpha_n = \frac{2}{a}\int_0^a U_1(x)\sin\frac{n\pi x}{a}dx, \qquad b_n = \frac{2}{a}\int_0^a U_2(x)\sin\frac{n\pi x}{a}dx.$

Найдите значение функции $u(x,y)$ в центре области при $a=6,\ b=4$, если

$$U_1(x) = \begin{cases} x & \text{при} \quad 0 \le x \le 3, \\ 6-x & \text{при} \quad 3 \le x \le 6, \end{cases} \quad U_2(x) = 0.$$

Ответ	

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Комплект вопросов (УО)
(для оценки компетенций УК-1)

1. Понятие математической модели, их классификация и применение в детерминированных и стохастических задачах. Основные принципы математического моделирования.
2. Решение уравнений свободных и вынужденных колебаний одномассовых систем с учетом демпфирования.
3. Примеры задач на собственные значения из технической механики.
4. Применение линейных дифференциальных уравнений в частных производных для моделирования различных физических процессов. Классификация уравнений математической физики.
5. Постановки начально – краевых и краевых задач математической физики.
6. Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа.
7. Постановка и решение задачи о продольных колебаниях стержня. Определение скорости распространения продольных волн в материале.
8. Решения задач о крутильных колебаниях валов.
9. Электрические колебания. Телеграфное уравнение.
10. Решения задач теплопроводности и диффузии.
11. Распространение тепла в однородном цилиндре. Функции Бесселя.
12. Постановка простейшей вариационной задачи для функционала $I = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y')dx.$ Уравнение Эйлера. Понятие экстремали.
13. Прямые методы вариационного исчисления. Метод Ритца.
14. Прямые методы вариационного исчисления. Метод Бубнова.
15. Применение прямых вариационных методов (Ритца, Бубнова – Галеркина) к решению задач механики.
16. Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе.
17. Математическое моделирование напряженно – деформированного состояния, устойчивости и колебаний типовых элементов тонкостенных конструкций (стержней, пластин и оболочек).
18. Бигармоническое уравнение.
19. Геометрически нелинейная теория пластин - уравнения Феппля – Кармана.
20. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Комплект заданий для выполнения
расчетно-графических работ (РГР)
(для оценки компетенций УК-1)
по дисциплине
«Элементы математического моделирования физических процессов «
(наименование дисциплины)

Вариант №1

1. Решить краевую задачу:

$$y'' + 2y' = e^x(\sin x + \cos x), \qquad y(0) = 0, \qquad y(\pi/2) = 1.$$

2. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи:

$$y'' + \lambda^2 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(1) = y(1).$$

3. Разложить функцию $y = x/2$ на отрезке $0 \le x \le 2$ в обобщённый ряд Фурье по системе ортогональных на этом отрезке функций, в качестве которых взять собственные функции задачи на собственные значения

$$\varphi'' + \lambda^2 \varphi = 0, \quad (0 \le x \le 2,\ \lambda \ge 0), \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(2) = 0,$$

предварительно проверив их на квадратичную интегрируемость и ортогональность.

4. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 3,\ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = u(3,t) = 0, \quad u(x,0) = \begin{cases} x & \text{при } 0 \le x \le 3/2, \\ 3 - x & \text{при } 3/2 \le x \le 3, \end{cases} \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для параболического уравнения в виде обобщённого ряда Фурье

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (2 - x)e^{-t}, \quad (0 \le x \le 2,\ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(2,t)}{\partial x} = 0, \quad u(x,0) = 0.$$

6. Найти решение $u = u(x, t)$ краевой задачи для эллиптического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -3xy, \quad (0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 3),$$

$$\frac{\partial u(0,y)}{\partial x} = 0, \quad u(2,y) = 0, \quad u(x,0) = 0, \quad u(x,3) = 0$$

в виде одинарного обобщённого ряда Фурье.

ЗАДАНИЕ.

Решить методом Бубнова задачу об изгибе балки, используя полное вариационное уравнение изгиба балки:

$$\int_0^l (EIy^{IV} - q)\delta y dx + M\delta y' \Big|_0^l - Q\delta y \Big|_0^l = 0,$$

где $y(x),\ M(x),\ Q(x) -$ соответственно прогиб, изгибающий момент и поперечная сила в произвольном поперечном сечении балки с абсциссой x; $EI -$ изгибная жесткость балки, $q(x) -$ поперечная распределенная нагрузка, равная

$$q(x) = \begin{cases} \varphi_1(x) & при \quad 0 \le x < l/4, \\ \varphi_2(x) & при \quad l/4 \le x < l/2, \\ \varphi_3(x) & при \quad l/2 \le x \le l. \end{cases}$$

Выражения для функций $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x)$ указаны в таблице:

№ варианта	Граничные Условия	$\varphi_1(x)$	$\varphi_2(x)$	$\varphi_3(x)$
1	$y(0) = y''(0) = 0$, $y(l) = y''(l) = 0$	q_0	$2q_0$	$q_0(1 - x/l)$
2		0	$q_0 x/l$	q_0
3		$q_0 x/l$	q_0	0
4		q_0	$q_0(1 - x/l)$	0
5		0	$q_0(1 - x/l)$	$2q_0$

Критерии оценки:
- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.