

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 23.10.2023 12:31:53
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДЕНО

Декан факультета

Информационных технологий



/ А.Ю. Филиппович /

«23» июня 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Линейная алгебра и функция нескольких переменных»

Направление подготовки
09.03.03 «Прикладная информатика»

Профиль подготовки
«Корпоративные информационные системы»

Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва 2020 г.

Программа по дисциплине «**Линейная алгебра и функция нескольких переменных**» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению подготовки **09.03.03 «Прикладная информатика»**, профиль подготовки «**Корпоративные информационные системы**».

Программу составил:
доц., к.п.н.

 / С.А. Муханов/

Программа дисциплины «**Линейная алгебра и функция нескольких переменных**» по направлению **09.03.03 «Прикладная информатика»** по профилю подготовки «**Корпоративные информационные системы**» утверждена на заседании кафедры «Математика»

«*28*» *мая* 2020 г., протокол № *10*

Зав. кафедрой «Математика»
проф., д.ф.-м.н.

 / Г.С. Жукова/

Программа дисциплины «**Линейная алгебра и функция нескольких переменных**» по направлению **09.03.03 «Прикладная информатика»** по профилю подготовки «**Корпоративные информационные системы**» согласована с руководителем образовательной программы



/ М.С. Логачев /

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Линейная алгебра и функция нескольких переменных» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Линейная алгебра и функция нескольких переменных» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра и функция нескольких переменных» относится к числу учебных дисциплин обязательной части математической подготовки основной образовательной программы.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях и умениях, приобретенных в рамках школьной программы по математике

Дисциплина взаимосвязана логически и содержательно-методически со следующими дисциплинами и практиками ООП:

В основной части:

- Математический анализ;
- Дискретная математика;
- Основы ИКТ.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- Основы программирования;
- Алгоритмизация и программирование;
- Теория вероятностей и математическая статистика.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<ul style="list-style-type: none"> • ОПК-1.1. Знать: Основы высшей математики, информатики и программирования; • ОПК-1.2. Уметь: Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.
ОПК-6	Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования.	<ul style="list-style-type: none"> • ОПК-6.2. Уметь: Применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков, расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и технологий; • ОПК-6.3. Владеть: Навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетных единицы, т.е. **144** академических часа (из них **72** часа – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Линейная алгебра и функция нескольких переменных» изучаются на первом курсе в первом семестре: лекции – 2 часа в неделю (36 часов), практические занятия – 2 часа в неделю (36 часов), форма контроля - экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра и функция нескольких переменных» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

Первый семестр

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 2.1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Тема 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

Тема 2.3. Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Раздел 3. Элементы математического анализа

Тема 3.1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 3.2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

Тема 3.3. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Тема 3.4. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 3.5. Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 3.6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

Тема 3.7. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 4.1. Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Тема 4.2. Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Линейная алгебра и функция нескольких переменных» и реализация компетентного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков, обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих;
- подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;
- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
- проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru*, *fero.ru*;
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Линейная алгебра и функция нескольких переменных» и в целом по дисциплине составляет 50 % аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 50 % от объема аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения на первом и втором курсах используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- две расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа №1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии. Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

- Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Расчетно-графическая работа №2 по математическому анализу.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Предел числовой последовательности, предел функции;
- Исследование функции на непрерывность;
- Вычисление производных функции;
- Исследование функции, построение графиков;
- Функции нескольких переменных. Частные производные. Производные от сложных функций. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра и функция нескольких переменных»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ОПК-6	Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности				
Показатель	Критерии оценивания			
	2	3	4	5
ОПК-1.1. Знать: Основы высшей математики, информатики и программирования	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
ОПК-1.2. Уметь: Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению стандартных профессиональных задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение стандартных профессиональных задач. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению стандартных профессиональных задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению типовых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

	математическими методами и моделями или затрудняется с ответом		общий ход решения	
ОПК-6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования.				
ОПК-6.2. Уметь: Применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков, расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и технологий;	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
ОПК-6.3. Владеть: Навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет математическими методами и методиками расчетов, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет математическими методами и методиками расчетов, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует

	приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.
2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/71994> - Загл. с экрана.]

б) дополнительная литература:

3. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009 – 416, 544 с. 180 экз.
4. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Дашков и К, 2017. - 510 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/93522>. - Загл. с экрана.]
5. Городенцев, А.Л. Алгебра. Учебник для студентов-математиков. Часть 1 [Электронный ресурс]: учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва:

МЦНМО, 2014. - 485 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/56398>. - Загл. с экрана.]

6. Беклемишев, Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2014. - 192 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/59632>. - Загл. с экрана.]

7. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – 362с. [<http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyu-katalog>. Электронный ресурс.]

8. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – 340с. [<http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyu-katalog>. Электронный ресурс.]

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования»

(<http://mospolytech.ru/index.php?id=4486>,

<http://mospolytech.ru/index.php?id=5822>);

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

Экспонента Центр инженерных технологий и моделирования [<http://exponenta.ru>]

EqWorld Мир математических уравнений [<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm>]

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это

число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$. Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам, и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: элементы математического анализа

При изучении дифференциального исчисления функции одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер

неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 1^\infty\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталю, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Линейная алгебра и функция нескольких переменных», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, равно или, как правило, больше часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений. Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

1.4	Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Однородные системы линейных алгебраических уравнений	1	4	2	2	4								
1.5	Раздел 2. Элементы векторной алгебры. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства.	1	5	2	2	4								
1.6	Линейные пространства. Базис. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Самостоятельная работа №1 на семинаре	1	6	2	2	4						+		
1.7	Раздел 3. Элементы математического анализа Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Выдача заданий РГР № 2 по математическому анализу.	1	7	2	2	4					+			
1.8	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределенностей различного типа	1	8	2	2	4								
1.9	Непрерывность функций в точке и на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.	1	9	2	2	4								
1.10	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций.	1	10	2	2	4								
1.11	Дифференцирование обратных функций, функций, заданных неявно, параметрически, логарифмическое дифференцирование. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с	1	11	2	2	4								

	помощью дифференциалов.													
1.12	Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопитала. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.	1	12	2	2		4							
1.13	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.	1	13	2	2		4							
1.14	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Самостоятельная работа № 2 на семинаре	1	14	2	2		4					+		
1.15	Раздел 4. Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных	1	15	2	2		4							
1.16	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца. Производная по направлению. Градиент.	1	16	2	2		4							
1.17	Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.	1	17	2	2		4							
1.18	Обзорная лекция	1	18	2			4							
	Обзорное практическое занятие	1	18		2									
	Форма аттестации		19-21		36								Э	
	Всего часов по дисциплине			36	36		72				2 РГР		2 сам. раб.	

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика»
профиль подготовки «Корпоративные информационные системы»
Форма обучения: очная

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Линейная алгебра и функция нескольких переменных

- Состав:**
- 1. Паспорт фонда оценочных средств**
 - 2. Описание оценочных средств:**
 - Экзаменационные билеты
 - Комплекты заданий для контрольных работ
 - Комплект вопросов
 - Комплект заданий для выполнения
расчетно-графических работ

Москва, 2020 год

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

«Линейная алгебра и функция нескольких переменных»					
ФГОС ВО 09.03.03 «Прикладная информатика»					
профиль подготовки «Корпоративные информационные системы»					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общепрофессиональные компетенции:					
КОМПЕТЕНЦИИ		Перечень компонентов	Технология формирования компетенций	Форма оценочного средства**	Степени уровней освоения компетенций
ИНДЕКС	ФОРМУЛИРОВКА				
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<ul style="list-style-type: none"> ОПК-1.1. Знать: Основы высшей математики, информатики и программирования; ОПК-1.2. Уметь: Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. 	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО КР РГР Т	<p>Базовый уровень</p> <p>-владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;</p> <p>Повышенный уровень</p> <p>-свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности</p>
ОПК-6	Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования.	<ul style="list-style-type: none"> ОПК-6.2. Уметь: Применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков, расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и технологий; ОПК-6.3. Владеть: Навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий. 	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО КР РГР Т	<p>Базовый уровень</p> <p>-владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;</p> <p>Повышенный уровень</p> <p>-свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности</p>

**.- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине
«Линейная алгебра и функция нескольких переменных»

Таблица 1

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная работа (самостоятельная) (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний, обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине "Линейная алгебра и функция нескольких переменных".

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.

- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

Типовые варианты билетов прилагаются.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра и функция нескольких переменных»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Числовая последовательность и её предел.
3. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
4. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1, -2, -2)$ и $\vec{b} = (2, 0, 1)$.
5. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}$, $y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.
6. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} + 2x}{x+1}$.
7. Найдите экстремумы функции $y = x^4 - 2x^2$.
8. Найти частные производные второго порядка функции $z = \cos(x^3 - 2xy)$, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра и функция нескольких переменных»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.
3. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$.
4. Показать, что векторы $\vec{m} = (1, -1, 2)$, $\vec{n} = (2, 0, 3)$, $\vec{p} = (-2, -1, 1)$ образуют базис в пространстве.
5. Прямая l_1 проходит через точку $A(4;5)$ параллельно вектору $\vec{q} = (1,3)$. Прямая l_2 проходит через точку $B(6;4)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = (-2,3)$. Найти точку пересечения прямых.
6. Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n-1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 5^{2n+2}}$.
7. Найдите экстремум функции $y = \sqrt{x} + \sqrt{6-x}$.
8. Найдите уравнение касательной к графику функции $z = x^2 y^3 + 3x\sqrt{xy}$ в точке $A(4;1;z_0)$.

Комплект тестовых заданий и контрольных работ(Т, РГР)
 по дисциплине Линейная алгебра и функция нескольких переменных
 (наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$

(б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).

Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$

(б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$

1. Расписать разложение вектора \vec{x} по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$$\vec{x} = \{5, -12, 1\}, \quad \vec{p} = \{1, -3, 0\}, \quad \vec{q} = \{1, -1, 1\}, \quad \vec{r} = \{0, -1, 2\}$$

2. Коллинеарны ли векторы \vec{p} и \vec{q} ?

$$\vec{a} = \{2, 0, 1\}, \quad \vec{b} = \{-2, 3, 1\}, \quad \vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}, \quad \vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} α – угол между векторами \vec{p} и \vec{q}

$$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{q}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}$$

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e .

2. Найти производную функции $y = \frac{\operatorname{tg} x^2}{7^x + 5}$

3. Даны векторы $\vec{a} = (2; 3)$, $\vec{b} = (1; -3)$, $\vec{c} = (-1; 3)$. При каком значении α векторы $\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$, $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c}$ коллинеарны.

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости $(M_1M_2M_3)$:
 $M_0(-9; 10; 2)$, $M_1(0; 7; -4)$, $M_2(4; 8; -1)$, $M_3(-2; 1; 3)$
2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$
3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и $x + y + 2z - 9 = 0$.
4. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l : $P(0; -1; 3)$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.
5. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2) : $M_0(3; 2; 0)$, $M_1(4; 1; 5)$, $M_2(2; -1; 4)$.
6. Найти косинус угла между плоскостями α_1 и α_2 :
 $\alpha_1: 3x - y + 3 = 0$, $\alpha_2: x - 2y + 5z - 10 = 0$

1. Найти производную y'_x :

а) $y = \arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$	б) $y = (\sqrt{x})$
в) $\sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$	г) $x = e^{-t} \cos t$, $y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arctg x} \right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

1. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 5^{n-1}}{3^{n+2} + 5^n}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - e^{x^2}}$ 3. $\lim_{x \rightarrow +0} (1 - 3x)^{\ctg 7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y = \frac{\cos 6x}{3 \sin(12x+1)}$ 2. $y = \arctg^2 \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin \ln 2x$

1. Построить график: $y = \frac{x+4}{x+2}$; $y = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5+n}}$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} - n \right)$$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$

Функции нескольких переменных

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$

$$1. z = e^{x^2 - y^2}, \quad 2. z = \cos(x^3 - 2xy), \quad 3. z = \sqrt{y^2 - 2x}, \quad 4. z = \ln(xy - x^2), \quad 5. z = \frac{x^2 + 3y^2}{xy},$$

$$6. z = \operatorname{ctg}(2x + 3y), \quad 7. z = \sin(x^2 y), \quad 8. z = e^{x/y}, \quad 9. z = x \cos^2 y, \quad 10. z = y^2 \sin^2 x.$$

Найти градиент функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$

$$1. z = \frac{y^2}{\sqrt{x}}, \quad M_0(4, 6); \quad 2. z = \frac{x^4 + 3y^2}{4xy}, \quad M_0(1, -1); \quad 3. z = \frac{y^2}{x^3}, \quad M_0(2, -2);$$

$$4. z = x^3 - 3y^2 x, \quad M_0(3, 2).$$

Исследовать на экстремум функцию

$$1. z = x^2 - x + y^2 + 2y, \quad 2. z = 2x^2 + xy - x + y^2,$$

$$3. z = x^2 - 2x + 4y - y^2, \quad 4. z = x^2 - 3x + 3y^2 + 4y,$$

$$5. z = x^2 + y^2 + 4xy.$$

Комплект вопросов (УО)

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.

12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопитала.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

по дисциплине Линейная алгебра и функция нескольких переменных
(наименование дисциплины)

По алгебре

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $A^2 + 8B^T$.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \dots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB = C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

РГР №1, часть 3

Задание №1. Показать, что векторы $\bar{m}, \bar{n}, \bar{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор \bar{a} по этому базису: $\bar{m} = (1, -1, 2), \bar{n} = (2, 0, 3), \bar{p} = (-2, -1, 1), \bar{a} = (5, -4, 13)$.

Задание №2. Даны векторы \bar{m} и \bar{n} . Выяснить – коллинеарны ли векторы \bar{a} и \bar{b} .

$$\bar{m} = (28, -8, 8), \bar{n} = (-21, 6, -6), \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n}, \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти $|\bar{a}|$, если $|\bar{m}| = 6\sqrt{2}, |\bar{n}| = 2, (\bar{m}, \bar{n}) = 135^\circ, \bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}$.

Задание №4. Дан ΔABC . Найти $\angle B$, если $A(1; -1; 2), B(3; 3; 2), C(7; 1; 2)$.

Задание №5. При каких x векторы \bar{a} и \bar{b} перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x; 1; -4), \bar{b} = (x - 3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах \bar{a} и \bar{b} .

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n}, \bar{b} = \bar{m} + \bar{n}, |\bar{m}| = 12, |\bar{n}| = 3, (\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если $A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7)$.

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}(1; -1; 5), \bar{b}(2; 4; -2), \bar{c}(3; 0; 1).$$

РГР № 1, часть 4

Задание №1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору \bar{q} . Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору \bar{n} . Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3; 5), \bar{q}(1; 3), B(0; 5), \bar{n}(-3; 4)$.

Задание №2. Дана прямая l_1 . Прямая l_2 проходит через точки A и B . Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3 .

$$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} A(4; 0), B(7; 3), l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$$

Задание №3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α , проходящей через точку A перпендикулярно вектору \bar{n} , если $M_0(0; 1; 7), A(2; -1; 4), \bar{n}(6; 22; -3)$.

Задание №4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β , проходящей через точки A, B и C , если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0, A(5; 2; 5), B(3; 7; 0), C(-4; -3; -1)$.

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x + 2y - 9z - 10 = 0; \\ 3x + 4y + 8z - 24 = 0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание №7. Прямая l_1 проходит через точки A и B . Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α . Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A(9; -3; 1), B(4; 4; -5), M(-1; 11; -11), \alpha: 2x + 3y - z - 1 = 0.$$

РГР № 1, часть 5

Задание №1. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №2. Привести уравнение кривой $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

РГР №6

Задание №1. Для линейного оператора A заданы образы базисных элементов $A\bar{e}_1, A\bar{e}_2, A\bar{e}_3$. Записать матрицу оператора A в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ и найти образ элемента \bar{x} .

$$A\bar{e}_1 = 7\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_3 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3, \\ \bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание №2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

По основам математического анализа и ФНП

1 часть 1. $y = \sin \ln x, y', y'' - ?$ 2. $y = \frac{\operatorname{arccotg} \sqrt[3]{x}}{x}, dy - ?$ 3.

$$y = 3x^2 + xe^x, x_0 = 2, \square x = 0, 1, \square y - ?$$

4. Найти производную y'_x :

а) $y = \sqrt[5]{\sin^4 \frac{x-3}{x}}$

б) $y = x^{\operatorname{arctg} 7x}$

в) $e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x$

г) $x = \cos t + \sin t, y = \sin t - t \cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x) = (x-3)^2(x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 16x$ на отрезке $[-5; 1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x) = 3 \arccos x^2$ в точке $x = \frac{1}{2}$.

2 часть 9. Найти пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1+n)^2}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{2x} - 1}$ 3) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 5x^2 + 6x}$ 4) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1} \right)$ 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 3n^2 - 4} - n^2 \right)$ 8) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{\operatorname{tg} x}}$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - 1}{\operatorname{tg}(1 - e^{3x})} \quad 10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 12}{x^2 - 13} \right)^{x-3} \quad 11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sin \frac{1}{x} \right) \quad 12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^3 + 3} - \sqrt{n + 5}}{\sqrt[3]{n^3 + 2} - \sqrt[4]{n^5 - 1}}$$

3 часть 10. Построить график функции $y = 2^{\frac{x}{2}-1} + 3$; $y = \frac{1}{2x^3 + x^2 + 8x}$.

11. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$

12. Провести полное исследование и построить график $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

4 часть

13. Изобразить на координатной плоскости область определения функции $z = \sqrt{\frac{4x - 3y}{4x + 3y}}$.

14. Построить линии уровня функции $z = x + 2y$.

15. Найти частные производные первого порядка функции $u = \cos\left(\frac{y^2 z}{x}\right) - 6x - z^3$.

16. Найти частные производные второго порядка функции $z = y \sin(x^2) - 2x^4 y^3 + 5$ и убедиться в равенстве смешанных производных.

17. Найти производную функции $y = f(x)$, заданной неявно равенством $x^2 y^6 + \operatorname{tg}(x + 3y) - x - 6y^2 = 0$ в точке $M_0(3; -1)$.

18. Найти частные производные первого порядка функции $z = f(x, y)$, заданной неявно равенством $x^4 y^3 z^2 + e^{x-y} + 22 \cos(x - y) + z^3 - 25 = 0$ в точке $M_0(1, 1, 1)$.

19. Найти производную функции $f(x, y, z) = 2x^3 y + y^3 z + 3$ по направлению вектора $\vec{a}(9, -12, 8)$ в точке $M_0(1, 1, 2)$. Найти вектор $\overline{\operatorname{grad} f(x, y)}$ функции $f(x, y) = x^3 y^4 - 3x + y - 9 \sin(2x + y)$ в точке $M_0(1, -2)$.

20. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.