

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Максимов Алексей Борисович  
Должность: директор департамента по образовательной политике  
Дата подписания: 11.09.2023 11:25:17  
Уникальный программный идентификатор:  
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ  
  
Декан факультета  
информационных технологий  
А.Ю. Филиппович  
«01» сентября 2020 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«Линейная алгебра и геометрия»**

Направление подготовки  
**09.03.03 «Прикладная информатика»**

Образовательная программа (профиль подготовки)  
**«Большие и открытые данные»**

Квалификация (степень) выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год приема - 2020

Москва 2020 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика» профиль подготовки «Большие и открытые данные»

Программу составил: доцент, к.т.н.

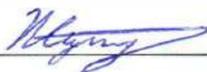


/Берков Н.А./

Программа дисциплины «Линейная алгебра и геометрия» по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика» утверждена на заседании кафедры «Математика»

«28» августа 2020 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой



/Жуковой Г.С./

Программа согласована с выпускающей кафедрой «Прикладная информатика».

Заведующий кафедрой  
«Прикладная информатика»

к.э.н., профессор



/С.В. Суворов/

## 1. Цели освоения дисциплины

К основным целям освоения дисциплины «Линейная алгебра и геометрия» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;

К основным задачам освоения дисциплины «Линейная алгебра и геометрия» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части блока Б.1.1 образовательной программы.

Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

- математический анализ;
- геометрия;
- физика;
- численные методы;
- математическая логика и теория алгоритмов;
- теория вероятностей и математическая статистика;
- дискретная математика;
- дополнительные главы математического анализа;
- специальные главы физики;
- основы информационной безопасности.

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	<b>знать:</b> основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы классического математического анализа, алгебры и аналитической геометрии, знать результаты, задачи и методы информатики. <b>уметь:</b> применять основные методы анализа к исследованию функций и функцио-

		<p>нальных классов, уметь решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии, уметь решать задачи информатики.</p> <p><b>владеть:</b> навыками решения задач математического анализа, алгебры, геометрии и информатики</p>
--	--	---

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, т.е. 108 академических часа (из них **54** часа – самостоятельная работа студентов).

Дисциплина «Линейная алгебра и геометрия» изучается на первом курсе во втором семестре: лекции – 1 час в неделю (18 часов), практика – 2 часа в неделю (**36** часов), форма контроля – экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра и геометрия» по срокам и видам работы отражены в Приложении.

##### Содержание разделов дисциплины

###### Первый семестр

###### Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

###### Раздел 1. Элементы линейной алгебры

###### Тема 1.1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

###### Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

###### Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

###### Раздел 2. Элементы векторной алгебры

**Тема 2.1.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

**Тема 2.2.** Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

**Тема 2.3.** Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

### **Раздел 3. Кривые и поверхности второго порядка**

**Тема 3.1** Эллипс, парабола, гипербола, их свойства и уравнения. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

**Тема 3.2** Сфера. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Конус. Их канонические уравнения.

### **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

Методика преподавания дисциплины «Линейная алгебра» и реализация компетентного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ ;
- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.
- подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;
- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;

- проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru*, *fepo.ru*;

- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;

итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Линейная алгебра» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 33 % от объема аудиторных занятий.

### **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

В процессе обучения дисциплины во втором семестре используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- две расчетно-графические работы.
- две самостоятельных (контрольных) работы в аудитории.

**Расчетно-графическая работа №1 по линейной алгебре.** Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Операции над матрицами, вычисление определителя матрицы.

Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

**Расчетно-графическая работа №2 по векторной алгебре.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

### 6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-1	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

### 6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

<b>ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой</b>				
Показатель	Критерии оценивания			
	2	3	4	5
<b>знать:</b> Обучающийся основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы классического математического анализа, алгебры и аналитической геометрии, знать результаты, задачи и методы информатики	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
<b>уметь:</b>	Обучающийся пока-	Обучающийся демон-	Обучающийся де-	Обучающийся де-

применять основные методы анализа к исследованию функций и функциональных классов, уметь решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии, уметь решать задачи информатики	зывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	стрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться алгебраическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	монстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	монстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности
<b>владеть:</b> навыками решения задач математического анализа, алгебры, геометрии и информатики	Обучающийся не владеет или в совершенстве не владеет недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет методами линейной и векторной алгебры, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет алгебраическими методами, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

### Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.

Хорошо	Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

**Фонды оценочных средств представлены в приложении к рабочей программе.**

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие . Буров А. Н., Соснина Э. Г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – 186 с. – <http://www.knigafund.ru/books/185462>.

### **б) дополнительная литература:**

1. Линейная алгебра: методические указания [Электронный ресурс] : метод. указ. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : СПбГЛТУ, 2013. — 60 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/60839>.

2. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. Режим доступа: <http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyu-katalog>

### **в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:**

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте [mospolytech.ru](http://mospolytech.ru) в разделе: «Центр математического образования» (<http://mospolytech.ru/index.php?id=4486>);

Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: <http://i-exam.ru>, <http://fepo.ru>.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

<http://exponenta.ru>,

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm>.

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения учебных занятий используются:

- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

## 9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

### Раздел: элементы линейной алгебры

**Матрицы и определители.** Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть  $AB \neq BA$ . Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения  $A^{-1}A = E$  (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

### Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме.

Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Линейная алгебра», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, существенно больше количества часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

## **10. Методические рекомендации для преподавателя**

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс разделы алгебры являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки: 09.03.03 «Прикладная информатика»

ОП (профиль): «Большие и открытые данные»

Форма обучения: очная

Вид профессиональной деятельности: (В соответствии с ФГОС ВО)

**Центр математического образования**

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Линейная алгебра»**

**Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств**

**2. Описание оценочных средств:**

- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения  
расчетно-графических работ

Составители:

**доцент, к.т.н. Берков Н.А.**

Москва, 2020 год

## ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

«Линейная алгебра»					
ФГОС ВО 09.03.03 «Прикладная информатика» Образовательная программа (профиль) «Большие и открытые данные»					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие					
Общекультурные и общепрофессиональные:					
КОМПЕТЕНЦИИ		Перечень компонентов	Технология формирования компетенций	Форма оценочного средства**	Степени уровней освоения компетенций
ИНДЕКС	ФОРМУЛИРОВКА				
ОПК-1	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	<p><b>знать:</b> основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы классического математического анализа, алгебры и аналитической геометрии, знать результаты, задачи и методы информатики.</p> <p><b>уметь:</b> применять основные методы анализа к исследованию функций и функциональных классов, уметь решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии, уметь решать задачи информатики.</p> <p><b>владеть:</b> навыками решения задач математического анализа, алгебры, геометрии и информатики</p>	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО КР РГР Т ЭБ	<p><b>Базовый уровень</b> -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;</p> <p><b>Повышенный уровень</b> -свободно владеет математическими методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний; -владеет различными способами сбора, обработки и применения математической информации;</p>

## Перечень оценочных средств по дисциплине

Линейная алгебра

Таблица 1

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

## Оформление и описание оценочных средств

## 1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине "Линейная алгебра".

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.  
- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

**"Отлично"**- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

**"Хорошо"** - если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

**"Удовлетворительно"** - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

**"Неудовлетворительно"** - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

1.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

**Типовые варианты билетов прилагаются.**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций,  
Дисциплина «Линейная алгебра»

центр математического образования

Образовательная программа - 09.03.03 «Прикладная информатика» Курс 1, семестр 2

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2**

1. Определители и их свойства.
2. Числовая последовательность и её предел.
3. Исследовать систему уравнений и решить методом Гаусса

$$\begin{cases} x - 7y + z = 11 \\ 2y + 3z = 7 \\ 3x + y - z = -1. \end{cases}$$

4. Решить матричное уравнение:

$$X(A - 4E) = B, A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & 20 \\ -3 & 5 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

5. Даны точки:  $A(3;4;-5)$ ,  $B(2;0;-1)$ ,  $C(7;3;2)$  и  $D(1;5;-3)$ . Найти:  $Pr_{\overline{AD}}(\overline{AB} + \overline{BC})$ ;

Утверждено на заседании ЦМО «20» декабря 2016 г., протокол № 5

И.о. заведующего центром

Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

---

Факультет базовых компетенций, центр математического образования

Дисциплина «Линейная алгебра»

Образовательная программа - 09.03.03 «Прикладная информатика»

Курс 1, семестр 1

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4**

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.
3. Решить систему методом обратной матрицы  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$ .
4. Найти объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если известны точки  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(5; 5; 4)$ ,  $C(3; 2; -1)$ ,  $A_1(4; 1; 3)$ .
5. Привести уравнения к каноническому виду, определить тип поверхности :

$$x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4y + 4z + 4 = 0,$$

Утверждено на заседании ЦМО «01» декабря 2019 г., протокол № 5

И.о. заведующего центром

Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

---

**Комплект вопросов (УО)**

**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.

22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

**Примерные варианты тестовых заданий и контрольных работ (КР, Т)  
№1**

1. Вычислить:

$$(5A - 3B)^2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix};$$

2. Исследовать систему уравнений и решить методом Гаусса и Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 3; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8; \\ -3x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 11x_4 = 2; \\ -5x_1 - 10x_2 - 13x_3 + 15x_4 = -1. \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение:

$$X(2E - A) = B, A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -3 & -1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Разложить дробь на сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2 - 2x^3 - 7x + 11}{x^3 - x^2 + 2x - 2}.$$

**№2**

1. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:  $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 15 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ .
2. Показать, что векторы  $\bar{a}, \bar{b}$  и  $\bar{c}$  образуют базис в пространстве  $\mathbb{R}^3$ . Найти координаты вектора  $\bar{m}$  в этом базисе:  $\bar{a} = (4, 1, -2)$ ,  $\bar{b} = (2, -3, 0)$ ,  $\bar{c} = (3, 1, -2)$ ,  $\bar{m} = (3, 8, -4)$ .
3. Найти матрицу перехода от базиса  $\bar{e}_1, \bar{e}_2$  к базису  $\bar{f}_1, \bar{f}_2$  пространства  $\mathbb{R}^2$ , если:  $\bar{e}_1 = (2, 0)$ ;  $\bar{e}_2 = (1, -1)$ ;  $\bar{f}_1 = (-2, 1)$ ;  $\bar{f}_2 = (0, -1)$ .

**Комплект заданий для выполнения  
расчетно-графических работ (РГР)  
по дисциплине Линейная алгебра  
(наименование дисциплины)**

**РГР № 1, часть 1**

Задание №1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

Выполнить действия:  $A^2 + 8B^T$ .

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство  $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \dots$

и проверить его для матриц  $A$  и  $B$  из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение  $AXB = C$  (найти  $X$ ). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

### РГР № 1, часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

### РГР №1, часть 3

Задание №1. Показать, что векторы  $\bar{m}$ ,  $\bar{n}$ ,  $\bar{p}$  образуют базис в пространстве и разложить вектор  $\bar{a}$  по этому базису:  $\bar{m} = (1, -1, 2)$ ,  $\bar{n} = (2, 0, 3)$ ,  $\bar{p} = (-2, -1, 1)$ ,  $\bar{a} = (5, -4, 13)$ .

Задание №2. Даны векторы  $\bar{m}$  и  $\bar{n}$ . Выяснить – коллинеарны ли векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .

$$\bar{m} = (28, -8, 8), \quad \bar{n} = (-21, 6, -6), \quad \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n}, \quad \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти  $|\bar{a}|$ , если  $|\bar{m}| = 6\sqrt{2}$ ,  $|\bar{n}| = 2$ ,  $(\bar{m}, \bar{n}) = 135^\circ$ ,  $\bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}$ .

Задание №4. Дан  $\Delta ABC$ . Найти  $\angle B$ , если  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(3; 3; 2)$ ,  $C(7; 1; 2)$ .

Задание №5. При каких `x` векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x; 1; -4), \bar{b} = (x-3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n}, \bar{b} = \bar{m} + \bar{n}, |\bar{m}| = 12, |\bar{n}| = 3, (\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ . Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a} (1; -1; 5), \bar{b} (2; 4; -2), \bar{c} (3; 0; 1).$$

#### **РГР № 1, часть 4**

Задание №1. Для данной кривой  $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$  указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №2. Привести уравнение кривой  $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$  к каноническому виду и построить кривую.

#### **РГР № 1, часть 5**

Задание №1. Для линейного оператора  $A$  заданы образы базисных элементов  $A\bar{e}_1, A\bar{e}_2, A\bar{e}_3$ . Записать матрицу оператора  $A$  в базисе  $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$  и найти образ элемента  $\bar{x}$ .

$$A\bar{e}_1 = 7\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_3 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3, \\ \bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание №2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей  $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ .

#### **Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.

**Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра и геометрия» по направлению подготовки  
09.03.03 «Прикладная информатика»  
(бакалавр)**

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы атте- стации		
				Л	П/С	Лаб	СР С	КС Р	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З	
	<b>Второй семестр</b>															
1.1.	<b>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</b> <i>Матрицы, действия над матрицами. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.</i> <b><u>Выдача заданий первого этапа РГР № 1 по линейной алгебре</u></b>	1	1,2	2	4		6				+					
1.2	<i>. Обратная матрица и ее вычисление Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы. Решения систем линейных уравнений по правилу Крамера</i>	1	3,4	2	4		6									
1.3	<i>Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса в произвольных системах алгебраических уравнений.</i>	1	5,6	2	4		6									

	Однородные системы линейных уравнений <b>Самостоятельная работа №1 в аудитории</b>													
2.1	<b>Раздел 2. Элементы векторной алгебры.</b> Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.	1	7,8	2	4		6							
2.2	Скалярное произведение и его свойства. Векторное и смешанное произведение, их геометрический смысл. Условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. <b>Выдача заданий первого этапа РГР №2 по векторной алгебре</b>	1	9,10	2	4		6					+		
2.3	Представление о векторных и евклидовых пространствах. Матрица перехода от одного базиса к другому. Ортонормированный базис. Линейные операторы.	1	11, 12	2	4		6							
3.1	<b>Раздел 3. Кривые и поверхности второго порядка</b> Кривые 2-го порядка. Эллипс, гипербола, парабола, уравнения и свойства. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду <b>Самостоятельная работа №2 в аудитории</b>	1	13, 14	2	4		6							
3.2	Сфера. Цилиндрические поверхности.	1	15,	2	4		6							

	<i>Поверхности вращения. Конус. Их канонические уравнения.</i>		16											
3.3	Обзорная лекция	1	17	2	4		6							
	<b>Форма аттестации</b>		<b>18-21</b>											Э
	<b>Всего часов по дисциплине в первом семестре</b>			<b>18</b>	<b>36</b>		<b>54</b>				<b>2 РГР</b>		<b>2 сам раб.</b>	