МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информационных технологий

УТВЕРЖДЕНО
Декан факультета
Информационных технологий
__________ / А.Ю. Филиппович /
«22» июня 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Дифференциальные и интегральные уравнения»

Направление подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Образовательная программа (профиль)
«Киберфизические системы»

Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва 2020 г.

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» относится к обязательной части ООП. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

В обязательной части:

- математический анализ;
- теория функций комплексного переменного;
- общая физика;
- физика твердого тела;
- физические основы микроэлектроники;
- математическая логика и теория алгоритмов в практике программирования.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- основы электротехники и электроники;
- теория автоматического управления;
- основы теории систем и системного анализа.

В дисциплинах по выбору студента:

- численные методы в задачах управления;
- Задачи планирования движения и навигация в робототехнике.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенци и	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Знать:** Основные научные подходы к определению, интерпретации и ранжированию информации, требуемой для решения задач аналитической геометрии и векторной алгебры; **Уметь:** Выделять, критически оценивать и систематизировать научную информацию, избегая автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач; **Владеть:** Методикой работы с деловой информацией и способами применения современных, наиболее эффективных технологий.
ОПК-1	Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	**Знать:** Основы высшей математики, информатики и программирования; **Уметь:** Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. **Владеть:** Способностью применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы

		математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетные единицы, т.е. **144** академических часа (из них **72** часа – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» изучаются на втором курсе в третьем семестре.

Лекции – **2** часа в неделю (**36** часов), практические занятия – **2** часа в неделю (**36** часов), форма контроля - экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

№ п/п	**Вид учебной работы**	**Количество часов**	**Семестры**
			3 семестр
1	**Аудиторные занятия**	**72**	72
	В том числе:		
1.1	Лекции	36	36
1.2	Семинарские/практические занятия	36	36
1.3	Лабораторные занятия	-	-
2	**Самостоятельная работа**	**72**	72
	В том числе:		
2.1	Выполнение домашних заданий	36	36
2.1	Выполнение расчетно-графических работ	36	36
3	**Промежуточная аттестация**		
	Экзамен	**+**	+
	Итого:	**144**	144

Третий семестр

Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Введение. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка различного типа.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.

Тема 3. Линейные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения в частных производных

Тема 5. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Общее и частное решения квазилинейных уравнений первого порядка. Понятие о методе сеток.

Тема 6. Уравнения математической физики. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач. Корректность, устойчивость решения.

Тема 7. Решение однородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных.

Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям однородной задачи.

Тема 8. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для неоднородного уравнения Лапласа в прямоугольной области в двойных тригонометрических рядах Фурье.

Раздел 3. Интегральные уравнения

Тема 9. Классификация интегральных уравнений. Связь дифференциальных уравнений с интегральными. Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром – сведение к линейным алгебраическим уравнениям. Принцип сжатых отображений. Линейные операторы. Приложение к линейным интегральным уравнениям. Интегральные преобразования.

Определение собственных значений и собственных функций для некоторых интегральных уравнений.

Тема 10. Приближенные методы решений интегральных уравнений.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

– защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ ;

- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.

– подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;

– организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;

– проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru, fepo.ru;*

– использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;

итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Комплексная математика и дифференциальные уравнения» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 50 % от объема аудиторных занятий.

Проведение занятий предусматривается также в lms.mospolytech.ru на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР):

- обыкновенные дифференциальные уравнения и их приложения;
- уравнения математической физики.

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

В третьем семестре
- одна расчетно-графическая работа

Расчетно-графическая работа по дифференциальным и интегральным уравнениям.
Краткое содержание расчетно-графической работы:
Первый этап.
Методы решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка различного типа, дифференциальных уравнений n -го порядка и систем.
Второй этап.
Решение дифференциальных уравнений математической физики.

Третий этап.

Решение интегральных уравнений.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Знать:** Основные научные подходы к определению, интерпретации и ранжированию информации, требуемой для решения задач аналитической геометрии и векторной алгебры; **Уметь:** Выделять, критически оценивать и систематизировать научную

		информацию, избегая автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач; **Владеть:** Методикой работы с деловой информацией и способами применения современных, наиболее эффективных технологий.
ОПК-1	Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	**Знать:** Основы высшей математики, информатики и программирования; **Уметь:** Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования; **Владеть:** Способностью применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.

Показатель	Критерии оценивания			
	2	**3**	**4**	**5**
УК-1.1 Знать: основные научные подходы к определению, интерпретации и ранжированию информации, требуемой для решения поставленной задачи.	Фрагментарные знания особенностей предоставления результатов научной деятельности в устной и письменной форме	Неполные знания особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме, при работе в российских и международных коллективах	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах	Сформированные и систематические знания особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах
УК-1.2 Уметь: Следовать нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач	Фрагментарное следование нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно образовательных задач	В целом успешное, но не систематическое следование нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно образовательных задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение следовать основным нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно образовательных задач	Успешное и систематическое следование нормам, принятым в научном общении, для успешной работы в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач
УК-1.3 Владеть: навыками анализа основных мировоззренческих и методологических проблем, в.т.ч. междисциплинарного характера, возникающих при работе по решению научных и научно образовательных задач в российских или международных исследовательских коллективах	Фрагментарное применение навыков анализа основных мировоззренческих и методологических проблем, в т.ч. междисциплинарного характера, возникающих при работе по решению научных и научно образовательных задач в российских или международных исследовательских	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа основных мировоззренческих и методологических проблем, в т.ч. междисциплинарного характера, возникающих при работе по решению научных и научно образовательных задач в российских или	В целом успешное, но сопровождающееся отдельными ошибками применение навыков анализа основных мировоззренческих и методологических проблем, в т.ч. междисциплинарного характера, возникающих при работе по решению научных и научно образовательных	Успешное и систематическое применение навыков анализа основных мировоззренческих и методологических проблем, в т.ч. междисциплинарного характера, возникающих при работе по решению научных и научно образовательных задач в российских или

	коллективах	международных исследовательских коллективах	задач в российских или международных исследовательских коллективах	международных исследовательских коллективах

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности				
Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**
ОПК-1.1. Знать: Основы высшей математики, информатики и программирования	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	**Описание**
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков

	приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие. М. Изд-во «Лань», 2019. 280 с.
2. Краснов, М.Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию М.: Наука, 1981. — 304 с. Изд-во Ленанд, 2019. 303 с.
3. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Учебное пособие. М.: Физматгиз, 2010. 303 с.

дополнительная литература:

1. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление. М.: Изд-во ООО Физматгиз, 2005. 432 с.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Ряды. Функции комплексного переменного. В 3 томах. Том 3. В 2 книгах. книга 2. Учебник для академического бакалавриата. 7-е изд., стереотипное - М.: Изд-во «Юрайт», 2016. 220 с.
3. Лесин В.В. Уравнения математической физики: Учебник М.: Изд-во «ИНФРА-М», 2017. 240 с.
4. Берков Н.А., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений: Учебное пособие. Часть 3. М.: МГИУ, 2011. 505 с. 400 экз.
5. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и операционное исчисление. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. М. 2006. 693 экз.
6. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление в приложении к расчёту автомобильных конструкций. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. М.: МАМИ, 2010. 200 экз. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
7. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики М.: Наука, 2-е изд. 1969, 288 с.

8. Коган Е.А., Лопаницын Е.А. Ряды Фурье и дифференциальные уравнения математической физики. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей и направлений подготовки дипломированных спе5циалистов и бакалавров очного отделения. М.,2012. 400 экз.
9. Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие. Физматлит, 2009. http://www.knigafund.ru/books/207365.
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2007.

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (*http://mospolytech.ru/index.php?id=4486*);

Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: *http://i-exam.ru*, *http:// fepo.ru*.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.*

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:
www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (https://e.lanbook.com/).
http://function-x.ru/tests_higher_math.html Тесты по высшей математике.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным библиотекам университета
(elib.mgup; lib.mami.ru/lib/content/elektronyy-katalog) к электронно-библиотечным системам (электронным библиотекам):

№ п/п	Электронный ресурс	№ договора. Срок действия доступа	Названия коллекций
1	ЭБС «Издательства Лань» - договор № 73-МП-23-ЕП/17 от 28.05.2017. (e.lanbook.com)	Договор № 73-МП-23-ЕП/17 от 28.05.2017.	Инженерно-технические науки – Издательство **«Машиностроение»;** Инженерно-технические науки – Издательство **МГТУ им. Н.Э. Баумана**; Инженерно-технические науки – Издательство **«Физматлит»**; Экономика и менеджмент – Издательство **«Флинта»** и **38** книг из других разделов ЭБС (см. сайт университета раздел

			библиотека)
2	ЭБС «КнигаФонд» (knigafund.ru)	На оформлении	Коллекция из 172405 изданий
3	Научная электронная библиотека «КИБЕРЛЕНИНКА» (www.cyberleninka.ru)	Свободный доступ	1134165 научных статей
4	ЭБС «Polpred» (polpred.com)	Постоянный доступ	Обзор СМИ (архив публикаций за 15 лет)
5	Научная электронная библиотека e.LIBRARY.ru	Постоянный доступ	3800 наименований журналов в открытом доступе
6	Доступ к электронным ресурсам издательства SpringerNature	Письмо в ФГБОУ «Российский Фонд Фундаментальных Исследований» от 03.10.2016 № 11-01-17/1123 с приложением С 01.01.2017 - бессрочно	SpringerJournals; SpringerProtocols; SpringerMaterials; SpringerReference; zbMATH; Nature Journals
7	Справочная поисковая система «Техэксперт»	Без договора	Нормы, правила, стандарты и законодательство по техническому регулированию

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

Для проведения учебных занятий используются:

- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: обыкновенные дифференциальные уравнения

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.

Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Задача интегрирования дифференциального уравнения первого порядка совместно с начальным условием называется начальной задачей или задачей Коши.

Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.

При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.

Для дифференциальных уравнений n – го порядка обязательно знать постановки задачи Коши, краевой задачи, задачи на собственные значения.

В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям n – го порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов), обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины, приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, равно или, как правило, больше часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

Раздел: дифференциальные уравнения в частных производных.

Уравнения математической физики

Раздел математики, посвященный уравнениям математической физики, является чрезвычайно важным для приложений, так как большинство физических процессов различной природы моделируется именно линейными дифференциальными уравнениями в частных производных.

При изучении уравнений математической физики следует, прежде всего обратить внимание на классификацию уравнений. Всё многообразие уравнений математической физики может быть разделено на три класса. Уравнения каждого класса обладают общими свойствами решений. В каждом из этих классов есть простейшее уравнение, называемое *каноническим*. Принадлежность уравнения к тому или иному классу определяется соотношением между коэффициентами при старших производных.

Особое внимание надо обратить на постановки начально-краевых задач для уравнений гиперболического, параболического типов и краевых задач для уравнений эллиптического типа.

Любое дифференциальное уравнение математической физики имеет бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения необходимо задание дополнительных условий, которые позволяют однозначно описать конкретный физический процесс. Количество и вид этих условий зависят от характера и порядка производных, входящих в уравнение, от формы области, в которой ищется решение уравнения, от характера взаимодействия рассматриваемого тела (или процесса в выделенном теле) с окружающей средой. В общем случае дополнительными условиями могут быть *начальные* и *граничные условия*.

Начальные условия описывают состояние объекта в начальный момент времени. Для уравнения гиперболического типа ставятся два начальных условия соответственно второму порядку производной по времени, входящей в уравнение. Они характеризуют величины отклонений и скоростей точек объекта (струны, стержня и др.) в начальный момент времени. Для уравнения параболического типа ставится одно начальное условие, что соответствует первому порядку производной по времени (если искомая функция в уравнении теплопроводности $u(x,t)$ – температура в произвольном сечении стержня в любой момент времени t, то начальным условием задаётся распределение температуры по длине стержня в начальный момент времени $t = 0$).

Граничные условия для волнового уравнения (если оно описывает, например, поперечные колебания струны конечных размеров) характеризуют поведение концов струны в процессе колебаний и зависят от характера их закрепления.

Для уравнения теплопроводности стержня граничные условия имеют существенно различный вид в зависимости от характера теплообмена концов стержня с окружающей средой.

Для уравнения эллиптического типа, как и для уравнения параболического типа, также различают разные краевые задачи в зависимости от условий на контуре рассматриваемой области.

Поэтому постановка задачи математической физики включает задание дифференциального уравнения в частных производных, описывающего исследуемый процесс, а также в общем случае граничных и начальных условий, позволяющих получить единственное решение.

Если задача математической физики поставлена корректно, то её решение существует, единственно и устойчиво к малым изменениям исходных данных.

Требование непрерывной зависимости решения от исходных данных обусловлено тем, что физические данные, характеризующие начальное состояние системы, определяются, как правило, экспериментально, и всегда с некоторой погрешностью. Поэтому необходима уверенность в том, что малая погрешность в исходных данных будет приводить лишь к малой погрешности в решении, то есть решение задачи не должно существенно зависеть от погрешностей измерений.

Из-за ограниченности объема курса рассматриваются, в основном, метод разделения переменных Фурье и его модификация для решения неоднородных уравнений – метод разложения по собственным функциям однородной задачи. Студенту надо осмыслить идею метода разделения переменных – сведение задачи для дифференциального уравнения в частных производных к принципиально более простой задаче решения независимых друг от друга обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (причем важно, что разделение переменных происходит и в граничных условиях). Надо обратить внимание на единство подхода к решению уравнений различного типа.

При решении неоднородных уравнений методом разложения по собственным функциям также сначала решается однородная краевая задача, что позволяет найти собственные функции, удовлетворяющие граничным условиям. По ним далее и раскладываются в ряды искомые функции и правые части уравнений, что приводит (при решении волнового уравнения и уравнения теплопроводности) к задаче Коши для неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Раздел 3. Интегральные уравнения

Интегральными уравнениями обычно называются уравнения, содержащие неизвестную функцию под знаком определенного интеграла. Теория интегральных уравнений имеет большое теоретическое и практическое значение, так как такие уравнения являются весьма распространенным и эффективным средством исследования как в чистом, так и в прикладном анализе. Это относится, например, к задачам теории колебаний и соответствующих областей техники и теоретической физики.

Интегральные уравнения делятся, прежде всего, на линейные и нелинейные, на уравнения первого рода (когда неизвестная функция входит только под знаком интеграла) и уравнения второго рода (когда неизвестная функция входит как под знаком интеграла, так и вне интеграла).

Уравнения первого и второго рода могут быть с постоянными пределами интегрирования а могут иметь переменный верхний предел Уравнения с постоянными пределами интегрирования называются уравнениям Фредгольма а уравнения с переменным верхним пределом – уравнениями Вольтерра
В данном разделе курса предусматривается первоначальное ознакомление с основными сведениями из теории интегральных уравнений, обсуждение связи дифференциальных уравнений с интегральными знакомство с различными приближенными методами решения интегральных уравнений.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс дифференциальных уравнений разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания для решения, прежде всего, стандартных задач в профессиональной сфере деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины
«Дифференциальные и интегральные уравнения»
Направление подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
Профиль подготовки
«Киберфизические системы»
Бакалавр
(Очная форма обучения)

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Третий семестр															
3.1	**Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения** **Введение.** Дифференциальные уравнения первого порядка**.** Введение. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия	3	1	2	2		4				+				

	обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла. **Выдача заданий РГР № 1 *по д.у.***														
3.2	Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, линейные д.у., уравнения в полных дифференциалах .	3	2	2	2		4								
3.3	Линейные д.у., уравнения в полных дифференциалахю	3	3	2	2		4								
3.4	Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.	3	4	2	2		4								
3.5	Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка в зависимости от вида корней характеристического уравнения.	3	5	2	2		4								

3.6	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Теорема о структуре общего решения Метод вариации произвольных постоянных. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части.	3	6	2	2		4								
3.7	Краевые задачи. Задачи на собственные значения.	3	7	2	2		4						+		
3.8	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. **Самостоятельная работа № 2 на семинаре**	3	8	2	2		4								
3.9	**Раздел 2. Уравнения в частных производных первого порядка.** Линейные и квазилинейные уравнения. Построение характеристической системы и уравнений характеристик.	3	9	2	2		4								
3.10	**Раздел 3. Уравнения математической физики**. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач, физический смысл начальных и граничных условий.	3	10	2	2		4								

3.11	Решение однородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных. Физическое истолкование решения задачи о собственных колебаниях струны. Стоячие волны.	3	11	2	2		4								
3.12	Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям однородной задачи.	3	12	2	2		4								
3.13	Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных	3	13	2	2		4								
3.14	Интегральные уравнения их классификация. Основные понятия. Связь дифференциальных уравнений с интегральными.	3	14	2	2		4								
3.15	Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром – сведение к линейным алгебраическим уравнениям.	3	15	2	2		4								
3.16	Принцип сжатых отображений. Линейные операторы. Приложение к линейным интегральным уравнениям. Интегральные преобразования.	3	16	2	2		4								
3.17	Определение собственных значений и собственных функций для некоторых интегральных уравнений	3	17	2	2		4								
3.18	Приближенные методы решений интегральных уравнений	3	18	2	2		4								
	Форма аттестации		**19-**											**Э**	

			21												
	Всего часов по дисциплине в третьем семестре.			**36**	**36**		**72**				**2 РГР**		**3 сам раб**		

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки
09.03.01 «ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА»
Образовательная программа (профиль)
Киберфизические системы
Форма обучения:
очная

Кафедра «Математика»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Дифференциальные и интегральные уравнения

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ

Составители: доц., к.ф.-м.н. Е.А.Коган

Москва, 2020 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

<table>
<tr><td colspan="6" align="center">«Дифференциальные и интегральные уравнения»</td></tr>
<tr><td colspan="6">ФГОС ВО 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
Образовательная программа (профиль) «Киберфизические системы»</td></tr>
<tr><td colspan="6">В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общепрофессиональные и профессиональные компетенции:</td></tr>
<tr><td colspan="2">КОМПЕТЕНЦИИ</td><td rowspan="2">Перечень компонентов</td><td rowspan="2">Технология формирования компетенций</td><td rowspan="2">Форма оценочного средства**</td><td rowspan="2">Степени уровней освоения компетенций</td></tr>
<tr><td>ИНДЕКС</td><td>ФОРМУЛИРОВКА</td></tr>
<tr><td>УК-1</td><td>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</td><td>● УК-1.1. Знать: Фрагментарные знания особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме
● УК-1.2. Уметь: Частично освоенное умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и</td><td>лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия</td><td>УО
РГР
КР
Т
ЭБ</td><td>Базовый уровень
-понимает основные тезисы исследовательских методов и методик, может предоставить полученные знания в российских и международных коллективах;

Повышенный уровень
-свободно владеет изученными тезисами, уверенно представляет полученные знания в российских и международных коллективах;</td></tr>
</table>

		обществом			
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	● **ОПК-1.1. Знать:** Основы высшей математики, информатики и программирования; ● **ОПК-1.2. Уметь:** Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования ● **ОПК-1.3.** Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР КР Т ЭБ	**Базовый уровень** **-в**ладеет теорией и методами решения различных типов дифференциальных и интегральных уравнений в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет теорией и методами решения различных типов дифференциальных и интегральных уравнений, применяет их к решению задач повышенной сложности

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине
«Дифференциальные и интегральные уравнения»

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзамен (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения».

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.
- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:
"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.
"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.
1.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).
Типовые варианты билетов прилагаются.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра математики
Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения».

Курс 2, семестр 3

БИЛЕТ № 1

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Уравнение Лапласа и его запись в различных системах координат. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
3. Решить уравнение: $y^{IV} - 2y'' + y = 2x$.
4. Решить начально - краевую задачу $\frac{\partial u}{\partial t} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,
$$u(0.t) = 0; u(5,t) = 15; u(x,0) = 3.$$

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «08» 09 2020 г., протокол № 2

Зав. кафедрой С.Н. Андреев /__________________/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра математики
Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения».

Курс 2, семестр 3

Билет №2

Решить задачу Коши: $y' = \frac{y}{1+x^2} + e^{arctgx}, y(0) = 1.$

Решить задачу Коши:

$$\{y_1' = y_1 + 2y_2 + 1, y_2' = 2y_1 + y_2, \{y_1(0) = 0, y_2(0) = 0.$$

Найти решение краевой задачи:

$$y^{IV} = q(x), \quad y(0) = y(1) = y''(0) = y''(1) = 0; q(x) = \{-2\text{при}0 \le x \le \frac{1}{2},$$

в виде ряда Фурье.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 08 » 09 2020 г., протокол № 2

Зав. кафедрой С.Н. Андреев /__________________/

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра математики
Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения».
Курс 2, семестр 3

Билет № 3

1. Решить уравнение: $y^{IV} - y = x^2$.
2. Найти общее решение системы:

$$\{y_1' = y_2 + e^{3x}, y_2' = x - y_1 + 2y_2.$$

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 08 » 09 2020 г., протокол № 2

Зав. кафедрой С.Н. Андреев /__________________/

1. Решение уравнения малых поперечных колебаний струны методом разделения переменных.
2. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в случае сферической симметрии.
3. Решить начально - краевую задачу $\frac{\partial u}{\partial t} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,
$$u(0.t) = 0; u(5,t) = 15; u(x,0) = 3.$$
4. Разложить в ряд Фурье четным образом на интервале $(0;3)$ функцию
$$f(x) = 3 - x.$$

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 28 » мая 2019 г., протокол № 10

Зав. кафедрой ________________Г.С. Жукова /____________/

Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (Т, КР)

по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения».
(наименование дисциплины)

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ВАРИАНТ № 1

ЗАДАНИЕ № 1.

Дано уравнение первого порядка $xdy - yln\frac{y}{x}dx = 0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешённому относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 2.

Дано дифференциальное уравнение $y' = (k+1)x^2$, тогда функция $y = x^3$ является его решением при k, равном:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 3.

Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = xdx$ имеет вид

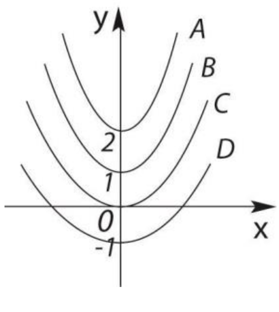
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ 2) $-\frac{1}{y} = x^2 + C$ 3) $y = \frac{x^2}{2} + C$ 4) $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$.

ЗАДАНИЕ № 4.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = 2y; y(1) = 1$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) D 2) C 3) A 4) B.



ЗАДАНИЕ № 5.

Дано дифференциальное уравнение третьего порядка $y''' = x + 2$. Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$ 2) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$

3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$

4) $y = x^4 + x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$.

ЗАДАНИЕ № 6.

Решение задачи Коши $y'' = x, y(0) = 1, y'(0) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y=\frac{x^3}{6}$ 2) $y=\frac{x^3}{6}+2x$ 3) $y=\frac{x^3}{6}+2x+1$ 4) $y=\frac{x^2}{2}+2x+1$.

ЗАДАНИЕ № 7.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $xy''+y'=0$, тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 8.

Корни характеристического уравнения равны $k_1=k_2=2i, k_3=\ k_4=-2i.$ тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 9.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1=1, y=x, y_3=x^2$. Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=0, y'(0)=1, y''(0)=1$, равно:
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $1+x$ 2) $\frac{x^2}{2}$ 3) $x+\frac{x^2}{2}$ 4) $1+x+\frac{x^2}{2}$.

ЗАДАНИЕ № 10.

Общее решение дифференциального уравнения $y'''+9y'=0$ имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 11.

Функция $y=C_1e^{-2x}+C_2e^{x}$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $k^2-k-2=0$ 2) $k^2+k-2=0$ 3) $k^2+3k+2=0$

4) $k^2-3k+2=0$.

ЗАДАНИЕ № 12.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y''-5y'+6y=x+1$ по виду его правой части соответствует функция
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y\ =Ax^2+Bx$ 2) $y\ =Ae^{2x}+Be^{3x}$ 3) $y\ =e^{2x}(Ax+B)$
4) $y\ =Ax+B$.

ЗАДАНИЕ № 13.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y''-5y'+6y=\frac{e^{2x}}{1-e^{x}}$. В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 14.

Решение краевой задачи $y''=0, 0\le x\le 1$, $y(0)=1, y(1)=2$ имеет вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $y=x-1$ 2) $y=x$ 3) $y=x+1$ 4) $y=3x+1$.

ЗАДАНИЕ № 15.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\{y_1' = y_2 + 2,$ имеет вид:
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\{y_1 = C_1 + C_2e^{-x},$ 2) $\{y_1 = C_1e^{x} + C_2e^{-x} - 1,$

3) $\{y_1 = C_1 + C_2e^{x},$ 4) $\{y_1 = C_1 + C_2e^{x} - 1,$

Уравнения математической физики
(наименование дисциплины)

В А Р И А Н Т № 1

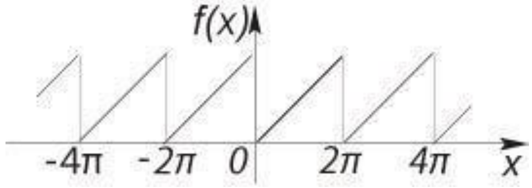
ЗАДАНИЕ 3

Какая из перечисленных ниже функций описывает гармонические незатухающие колебания? Укажите смысл параметров: $A,\ \omega,\ \phi$.
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x) = Acos(\omega x + \phi)$

2) $f(x) = \frac{A}{(\omega x+\phi)}$ 3) $f(x) = A(\omega x + \phi)$ 4) $f(x) = A(\omega x + \phi)^2$.

ЗАДАНИЕ 4

Функция $f(x)$при $x \in [0,2\pi]$ и её периодическое продолжение показаны на рисунке



Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \quad b_n sinnx$ 2) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \quad a_n cosnx$

3)$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \quad (a_n cosnx + b_n sinnx)$ 4) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \quad b_n sinnx.$

ЗАДАНИЕ 6

Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \{-1 \text{при} - 1 \leq x < 0,$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Найдите решение краевой задачи $y'' = q(x), y(0) = 0, y(2) = 0$ в виде ряда Фурье, если $q(x) = q_0 = const.$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

К какому типу относится линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} + 3u = 0?$$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9

Уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 10^4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $(u(x,t)[\text{м}]; 0 \leq x \leq l, t \geq 0)$ описывает малые свободные поперечные колебания струны. Концы струны закреплены неподвижно. Найдите основную частоту $\omega \left[\frac{1}{\text{сек}}\right]$ собственных колебаний струны, если длина струны $l = 50\text{м}$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le l, t \ge 0)$$

$$u(0,t) = 0, u(l,t) = 0, u(x,0) = f(x), \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \phi(x)$$

имеет вид $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n cos\frac{n\pi at}{l} + B_n sin\frac{n\pi at}{l}\right) sin\frac{n\pi x}{l}$,

где A_n и B_n - произвольные постоянные:

$$A_n = \frac{2}{l}\int_0^l f(x) sin\frac{n\pi x}{l}dx, \quad B_n = \frac{2}{n\pi a}\int_0^l \phi(x) sin\frac{n\pi x}{l}dx.$$

Запишите решение задачи при $a = 4, l = 2, f(x) = 1, \phi(x) = 0.$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12

Дано неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$ при однородных граничных и начальных условиях

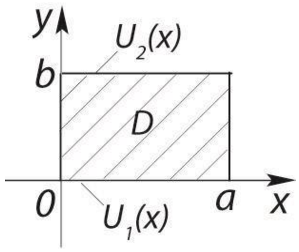
$$u(0,t) = u(8,t) = 0, \quad u(x,0) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

Найдите (с точностью до множителя) собственные функции задачи.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15

Общее решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ в прямоугольной области $D: 0 \le x \le a, 0 \le y \le b$, при однородных граничных условиях на вертикальных сторонах области $u(0,y) = 0, u(a,y) = 0$



имеет вид $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\alpha_n sh\frac{n\pi(b-y)}{a} + b_n sh\frac{n\pi y}{a}\right] sin\frac{n\pi x}{a}\left(sh\frac{n\pi b}{a}\right)^{-1}$,

где $\alpha_n = \frac{2}{a}\int_0^a U_1(x) sin\frac{n\pi x}{a}dx, \quad b_n = \frac{2}{a}\int_0^a U_2(x) sin\frac{n\pi x}{a}dx.$

Найдите значение функции $u(x,y)$в центре области при $a = 6$, $b = 4$, если

$$U_1(x) = \{x при 0 \le x \le 3, , \quad U_2(x) = 0.$$

Ответ	

Комплект вопросов (УО)

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.
2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.

3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений n-го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.
13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n - го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида
    $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$, $f(x) = Mcos\beta x + Nsin\beta x$,
    $f(x) = P(x)e^{\alpha x}cos\beta x + Q(x)e^{\alpha x}sin\beta x$.
16. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
17. Постановка и решение задачи на собственные значения.
18. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения n-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

Вопросы по уравнениям математической физики

1. Классификация уравнений математической физики.
2. Перечислите основные уравнения математической физики и задачи, к ним приводящие.
3. Постановка начально-краевой задачи для однородного волнового уравнения.
4. Решение однородного волнового уравнения методом разделения переменных.
5. Физическое истолкование решения задачи о малых свободных колебаниях струны конечных размеров. Стоячие волны. Собственные частоты колебаний струны.

6. Постановка задачи о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений.
7. Решение неоднородного волнового уравнения методом разложения по собственным функциям.
8. Решение начально-краевой задачи для волнового уравнения при неоднородных граничных условиях. Редукция общей краевой задачи.
9. Уравнение Лапласа. Запись в различных системах координат. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
10. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных (для различных комбинаций граничных условий).
11. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области с помощью двойного тригонометрического ряда Фурье.
12. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения».
(наименование дисциплины)

Вариант № 30

1. Нарисовать график интегральной кривой уравнения $y' - y = 2$, проходящей через точку М(2;1). Решить уравнение методом изоклин.

Решить уравнения:

2. $(1 + cosx)\sqrt{siny + 1}dx = cos\frac{ydy}{(1+cosx)}$,
3. $(x^2 + xy)dy - (2xy + y^2)dx = 0$,
4. $(3x + 2y - 5)dy + (8 - 4y)dx = 0$,
5. $(e^y + 1)dx + (siny + xe^y)dy = 0$,

Решить задачи Коши для уравнений:

6. $xy' - y = -lnx$, $\quad y(2) = 1$.
7. $y' - 2y = xy^2$, $\quad y(0) = 1$.
8. Решить уравнение: $y''' - (ctgx)y'' = ctgx$.
9. Решить задачу Коши: $y'' = y'sinycosy$, $\quad y(0) = \frac{\pi}{2}$, $\quad y'(0) = \frac{1}{2}$.

Решить уравнения:

10. $y'' + 4y' = 2x^2$,
11. $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (4x + 5)e^x$,
12. $y'' - 4y' = e^{2x} + cos2x - sinx$,
13. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{1+x^2}}$.
14. Решить краевую задачу:

$y'' - 6y' + 5y = e^{5x}(x + 1)$, $\quad y(0) = 1$, $\quad y(1) = 1$.

15. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи:

$y'' + 12\lambda y' + 40\lambda^2 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0.$

Решить уравнения:

16. $x^2y'' + 8xy' - 4y = 2lnx,$
17. $y'' + xy' + 2y = x^2.$

Решить системы уравнений:

18. $\{x^2z' - 3xz + 5y = 4x^2,$ 19. $\{y_1' = y_2 + y_3, \{y_2' = y_1 + y_3,$ 20. $\{y_1' = y_2 - 2y_1 - x^2,$

Уравнения математической физики

(наименование дисциплины)

Вариант №1

2. В виде ряда Фурье найти решение $y = y(x)$ краевой задачи

$$y'' = q(x), (0 \le x \le 3), y(0) = 0, y'(3) = 0,$$

где $q(x)$ – ограниченная, кусочно-непрерывная на отрезке [0, 3] функция

$$q = \{2\frac{x}{3} \text{ при} 0 \le x < \frac{3}{2} \; 0 \text{ при} \frac{3}{2} \le x \le 3.$$

3. Разложить функцию $y = x/2$ на отрезке $0 \le x \le 2$ в обобщённый ряд Фурье по системе ортогональных на этом отрезке функций, в качестве которых взять собственные функции задачи на собственные значения

$$\phi'' + \lambda^2\phi = 0, (0 \le x \le 2, \lambda \ge 0), \phi(0) = 0, \phi(2) = 0,$$

предварительно проверив их на квадратичную интегрируемость и ортогональность.

4. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, (0 \le x \le 3, t \ge 0),$$

$$u(0, t) = u(3, t) = 0, u(x, 0) = \{x\text{при}0 \le x \le \tfrac{3}{2}, .$$

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - x)sin2t, (0 \le x \le 1, t \ge 0),$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, u(x, 0) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.