МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета урбанистики
и городского хозяйства

_______________Л.А. Марюшин

«_30_»_______08_______2020г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математика»

Направление подготовки
13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»

Профиль подготовки
«Электрооборудование и промышленная электроника»

Квалификация (степень) выпускника:
бакалавр

Форма обучения
Очно-заочная

Москва 2020

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника». Профиль подготовки «Электрооборудование и промышленная электроника».

Программу составил:
доц., к.ф-м.н. _________________/ Е.А.Коган /

Программа утверждена на заседании кафедры «Математика»
« 28 » мая 2020 г., протокол № 10

Зав. кафедрой «Математика»
проф., д.ф.-м.н. _________________/Г.С. Жукова/

Программа согласована с руководителем образовательной программы по направлению подготовки бакалавров 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника». Профиль подготовки «Электрооборудование и промышленная электроника».

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Математика» следует отнести:
- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Математика» следует отнести:
- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

В базовой части:
- физика;
- теоретическая механика;
- теоретические основы электротехники;
- электроника;
- программное обеспечение для профессиональной деятельности в энергетической области;
- электротехническое и конструкционное материаловедение,
- информационные технологии;
- экономика и управление в энергетике.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:
- теория, конструирование и расчет электротехнических систем;
- программируемые логические интегральные схемы;
- метрология, сертификация и стандартизация;
- информационно – измерительные системы;
- автоматизированное проектирование электрических систем.

В дисциплинах по выбору студента:
- основы теории надежности систем электроснабжения;
- САПР электрооборудования;
- информационные модели (CIM-модели) электрооборудования.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	**В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать**	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-2	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач Теоретическая и практическая профессиональная подготовка	**знать:** основные законы естественнонаучных дисциплин и методы алгебры и математического анализа, дифференциальных уравнений **уметь:** выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат **владеть:** способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **10** зачетных единиц, т.е. **360** академических часов (из них **264** часа – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Математика» изучаются на первом курсе.

Первый семестр: лекции – **16** часов, практические занятия – **32** часа, форма контроля - экзамен.

Второй семестр: лекции – **16** часов, практические занятия – 32 часа, форма контроля – экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Математика» по срокам и видам работы отражены в Приложении.

Содержание разделов дисциплины

Первый семестр

Введение
Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 2.1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Тема 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

Тема 2.3. Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры.

Раздел 4. Элементы математического анализа

Тема 4.1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 4.2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

Тема 4.3. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Тема 4.4. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 4.5. Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 4.6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

Тема 4.7. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 5.1. Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Тема 5.2. Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Второй семестр

Раздел 6. Интегральное исчисление

Тема 6.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

Метод интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.
Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 6.2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов.

Тема 6.3. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

Тема 6.4. Задачи, приводящие к понятиям кратных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием. Приложения кратных интегралов в геометрии и механике.

Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 7.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Введение. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.

Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.

Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли.

Тема 7.2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.

Тема 7.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 7.4. Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Тема 7.5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 8. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление

Тема 8.1. Функция комплексного переменного. Представление функции комплексного переменного как отображения плоских множеств. Основные элементарные функции комплексного переменного, отличительные свойства на комплексной плоскости.

Тема 8.2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцируемость. Условия Коши - Римана.

Тема 8.3. Интеграл от функции комплексного переменного. Зависимость от пути интегрирования. Интегралы от аналитических функций. Теоремы Коши для односвязной области и для сложного контура. Интегральная формула Коши. Интегральное представление производной от аналитической функции.

Тема 8.4. Операционное исчисление. Определение преобразования Лапласа. Понятие оригинала и изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица изображений элементарных функций.

Обратное преобразование Лапласа. Разложение рациональной дроби на простейшие. Операционный метод решения дифференциальных уравнений.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Математика» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

– защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;

- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.

– подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;

– организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;

– проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru, fepo.ru;*

– использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Математика» и в целом по дисциплине составляет 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 50 % от объема аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения на первом и втором курсах используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

в первом семестре

- три расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа №1 по линейной и векторной алгебре. Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Первый этап.

Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

Второй этап.

Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Расчетно-графическая работа №2 по математическому анализу.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Предел числовой последовательности, предел функции.

Исследование функции на непрерывность.

Вычисление производных функции.

Исследование функции, построение графиков.

Расчетно-графическая работа № 3 по функциям нескольких переменных.

Краткое содержание расчетно-графической работы:

Функции нескольких переменных. Частные производные. Производные от сложных функций. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

Во втором семестре

- три расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа № 4 по интегральному исчислению.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Первый этап:
Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.
Второй этап:
Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

Расчетно-графическая работа № 5 по дифференциальным уравнениям.

Краткое содержание расчетно-графической работы:
Методы решений дифференциальных уравнений различного типа.

Расчетно-графическая работа № 6 по теории функций комплексной Переменной и операционному исчислению.

Краткое содержание расчетно-графической работы:
Действия над комплексными числами, элементарные функции комплексной переменной, вычисление контурных интегралов.
Решение дифференциальных уравнений операционным методом.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-2	Способен применять соответствующий физикоматематический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач Теоретическая и практическая профессиональная подготовка

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций,

формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

<table>
<tr><td colspan="5">ОПК-2 Способен применять соответствующий физикоматематический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач Теоретическая и практическая профессиональная подготовка</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Показатель</td><td colspan="4">Критерии оценивания</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>знать:
основные законы естественнонаучных дисциплин и методы алгебры и математического анализа, дифференциальных уравнений</td><td>Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом</td><td>Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.</td><td>Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы</td><td>Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки</td></tr>
<tr><td>уметь:
выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математиче-</td><td>Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделя-</td><td>Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять</td><td>Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения</td><td>Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения задач. Свободно оперирует приобретен-</td></tr>
</table>

ский аппарат	ми или затрудняется с ответом	теорию к решению предлагаемых задач.		ными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет математическими методами, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет математическими методами, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при

	переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/71994 - Загл. с экрана.]
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. М.: МГИУ, 2012. 400 экз. https://e.lanbook.com/

дополнительная литература:

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009. 180 экз.
2. Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Ляховский В.А., Зубков В.Г. Курс высшей математики: Учебное пособие. Часть 1.М.: МГИУ, 2007; Часть 2.М.: МГИУ, 2007. Часть 3. М.: МГИУ, 2011. 400 экз. https://e.lanbook.com/
3. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
4. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
5. Д.М. Бодунов, Л.К. Кийко, Н.Н. Пустовойтов, О.И. Ткаченко Ряды. Элементы теории. Варианты РГР. Методические указания для студентов первого курса всех специальностей. МГТУ «МАМИ», каф. «Высшая математика», 2010. – 101 с. [http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.]
6. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и операционное исчисление. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. М. 2006. 693 экз.

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (*http://mospolytech.ru/index.php?id=4486*);

Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: *http://i-exam.ru, http:// fepo.ru*.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

http://exponenta.ru,

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:
www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (https://e.lanbook.com/).
http://function-x.ru/tests_higher_math.html Тесты по высшей математике.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.
Для проведения учебных занятий используются:
- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: комплексные числа и многочлены

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Знать формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Надо знать различные виды разложения многочлена на множители для случаев, когда среди корней многочлена могут быть кратные, комплексные корни. Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел: элементы математического анализа

При изучении дифференциального исчисления функции одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

Раздел: интегральное исчисление

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

Раздел: обыкновенные дифференциальные уравнения

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.

Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Задача интегрирования дифференциального уравнения первого порядка совместно с начальным условием называется начальной задачей или задачей Коши.

Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.

При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.

Для дифференциальных уравнений n – го порядка обязательно знать постановки задачи Коши, краевой задачи, задачи на собственные значения.

В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям n – го порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов), обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

Раздел: теория функций комплексной переменной и операционное исчисление

В этом разделе важно осмыслить понятие функции комплексной переменной как отображения плоских множеств (множества значений комплексного аргумента на множество значений функции). Эта геометрическая трактовка в значительно мере определяет эффективность методов теории функций комплексной переменной, так как оказывается, что во многих случаях при решении задач для областей сложной формы (например, профиль крыла самолета, отверстие некруговой формы и т.п.) можно отобразить заданную область сложного очертания на область простой формы (например, на единичный круг), для которой соответствующая задача или уже решена, или решение находится достаточно просто.

Надо усвоить, что не всякая функция комплексной переменной является дифференцируемой, но если для нее выполняются необходимое и достаточное условия дифференцируемости (условия Коши – Римана), то она обладает рядом замечательных свойств.

Например, величина интеграла от аналитической функции не зависит от формы пути интегрирования, а определяется лишь его начальной и конечной точками, интеграл по замкнутому контуру от аналитической функции равен нулю.

Надо знать центральную формулу теории аналитических функций – интегральную формулу Коши (она позволяет находить значения аналитической функции в любой внутренней точке двумерной области по её значениям на границе C. Тем самым, по существу, понижается размерность решаемой задачи) и уметь применять ее и основную теорему о вычетах к вычислению контурных интегралов.

При изучении операционного исчисления надо понять его основную идею: переход от действий над функциями действительной переменной - оригиналов к более простым действиям над изображениями этих функций. Надо знать свойства преобразования Лапласа, а для выполнения обратного преобразования Лапласа освоить процедуру разложения рациональных дробей на простейшие.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Математика», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, превосходит число часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины «Математика»

Направление подготовки

13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»

Профиль подготовки

«Электрооборудование и промышленная электроника»

Квалификация (степень) выпускника:

бакалавр

очная форма обучения

n/n	**Раздел**	**Семестр**	**Неделя Семестра**	**Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах**					**Виды самостоятельной работы Студентов**					**Формы аттестации**	
				Л	**П/С**	**Лаб**	**СРС**	**КСР**	**К.Р.**	**К.П.**	**РГР**	**Реферат**	**К/р**	**Э**	**З**
Первый семестр															
1.1	**Введение. Раздел 1. Элементы линейной алгебры .** Матрицы и определители. Операции над матрицами. Транспонированная матрица. Определители, их свойства и вычисления. **<u>Выдача заданий РГР № 1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии.</u>**	1	1	2	2		6				+				
1.2	Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Ранг матрицы. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.	1	2	2	2		6								

1.3	Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса.	1	3	2	2		6								
1.4	Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. **Самостоятельная работа № 1 на семинаре**	1	4	2	2		6						+		
1.5	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства.	1	5	2	2		6								
1.6	Линейные пространства. Базис. Собственные значения и собственные векторы матрицы. **Самостоятельная работа № 2 на семинаре**	1	6	2	2		6						+		
1.7	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены.** Формы записи, операции над комплексными числами. Формула Муавра. Разложение многочлена на множители. Основная теорема алгебры.	1	7	2	2		6								
1.8	**Раздел 4. Элементы математического анализа** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции.	1	8	2	2		6				+				

	Первый и второй замечательные пределы. **<u>Выдача заданий РГР № 2 по математическому анализу</u>.**														
1.9	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределенностей различного типа	1	9	2	2		6								
1.10	Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.	1	10	2	2		6								
1.11	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций.	1	11	2	2		6								
1.12	Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.	1	12	2	2		6								
1.13	Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.	1	13	2	2		6								
1.14	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости	1	14	2	2		6								

	графика функции. Точки перегиба графика функции.														
1.15	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. **Самостоятельная работа №3 на семинаре**	1	15	2	2		6						+		
1.16	**Раздел 5. Функция нескольких переменных.** Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. **<u>Выдача заданий РГР № 3 по функциям нескольких переменных</u>**	1	16	2	2		6				+				
1.17	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца Производная по направлению. Градиент.	1	17	2	2		6								
1.18	Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. **Самостоятельная работа №4 на семинаре**	1	18	2	2		6								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в первом семестре			**16**	**16**		**108**				**3 РГР**		**4 сам. раб.**		

Второй семестр														
2.1	**Раздел 6. Интегральное исчисление** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. **<u>Выдача заданий РГР № 4 по интегральному исчислению</u>**	2	1	2	2		6				+			
2.2	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям	2	2	2	2		6							
2.3	Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов ирраациональных и тригонометрических функций.	2	3	2	2		6							
2.4	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле	2	4	2	2		6							
2.5	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов. Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства. **Самостоятельная работа № 5 на семинаре**	2	5	2	2		6						+	

2.6	Задачи, приводящие к понятиям кратных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием. Приложения кратных интегралов в геометрии и механике.	2	6	2	2		6								
2.7	**Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения** **Введение.** Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы.	2	7	2	2		6								
2.8	Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка различного типа (уравнения с разделенными и разделяющимися переменными, однородные, Линейные дифференциальные уравнения первого порядка**.** **Выдача задания РГР № 5 по обыкновенным дифференциальным уравнениям.**	*2*	*8*	*2*	*2*		*6*				+				
2.9	Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка. Краевая задача. Дифференциальные уравнения, допускающее понижение порядка.	*2*	*9*	*2*	*2*		6								
2.10	Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Теорема о структуре общего решения таких урав-	*2*	*10*	*2*	*2*		6								

	нений. Понятие фундаментальной системы решений, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.														
2.11	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решениядля различных специальных видов правой части. Метод вариации произвольных постоянных для уравнений второго порядка.	*2*	*11*	*2*	*2*		6								
2.12	Краевые задачи. Задачи на собственные значения. **Самостоятельная работа № 6 на семинаре по дифференциальным уравнениям**	2	12	2	2		6						+		
2.13	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2	13	2	2		6								
2.14	**Раздел 8. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление.** Понятие функции комплексной переменной (ФКП) как отображения. Основные элементарные ФКП и их свойства **<u>Выдача заданий РГР № 6 по теории функций комплексной переменной</u>**	2	14	2	2		6				+				
2.15	Непрерывность и дифференцируемость ФКП. Условия Коши-Римана. Аналити-	2	15	2	2		6								

	ческие функции. Контурные интегралы от ФКП.														
2.16	Интегралы от аналитических функций. Теоремы Коши для односвязной области и для сложного контура. Интегральная формула Коши.	2	16	2	2		6								
2.17	Операционное исчисление. Преобразование Лапласа. Теоремы о свойствах прямого преобразования Лапласа	2	17	2	2		6								
	Обратное преобразование Лапласа. Операционный метод решения задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами **Самостоятельная работа № 7 в аудитории**	2	18	2	2		6						+		
2.18															
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине во втором семестре.			**16**	**32**		**196**				**3 РГР**		**3 сам. раб.**		
	Всего часов по дисциплине в первом и втором семестрах.			**32**	**64**		**264**				**6 РГР**		**7 сам раб**		

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки
13.03.02 «ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА»
Профиль подготовки
«Электрооборудование и промышленная электроника»
Форма обучения: очно-заочная

Кафедра математики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Математика

Состав: **1. Паспорт фонда оценочных средств**
2. Описание оценочных средств:
- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ

Составитель:
доц., к.ф.-м.н. Коган Е.А.

Москва 2020

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

<table>
<tr><td colspan="6" align="center">«Математика»</td></tr>
<tr><td colspan="6">ФГОС ВО 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»
Профиль подготовки «Электрооборудование и промышленная электроника»</td></tr>
<tr><td colspan="6">В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общепрофессиональные компетенции:</td></tr>
<tr><td colspan="2">КОМПЕТЕНЦИИ</td><td rowspan="2">Перечень компонентов</td><td rowspan="2">Технология формирования компетенций</td><td rowspan="2">Форма оценочного средства**</td><td rowspan="2">Степени уровней освоения компетенций</td></tr>
<tr><td>ИНДЕКС</td><td>ФОРМУЛИРОВКА</td></tr>
<tr><td>ОПК-2</td><td>Способен применять соответствующий физикоматематический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач Теоретическая и практическая профессиональная подготовка</td><td>знать:
основные законы естественнонаучных дисциплин и методы алгебры и математического анализа, дифференциальных уравнений
уметь:
выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат
владеть:
способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникаю-</td><td>лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия</td><td>УО
КР
РГР
Т
ЭБ</td><td>Базовый уровень
-владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;

Повышенный уровень
-свободно владеет математическими методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний;
-владеет различными способами сбора, обработки и применения математической информации;</td></tr>
</table>

		щих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат			

**- Сокращения форм оценочных средств см. в таблице 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине

«Математика»

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа, (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа, (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест, (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине "Математика".
1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.
- Способ контроля: устные ответы.
1.3. Шкала оценивания:
"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.
"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.
"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.
1.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).
Типовые варианты билетов прилагаются.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
3. Найти производную функции, заданной параметрически $x=\dfrac{t}{1+t^3}$, $y=\dfrac{2t^2}{1+t^3}$.
4. Найти предел функции $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x+5}+2x}{x+1}$.
5. Найдите экстремумы функции $y = x^4 - 2x^2$.

6. Найти частные производные второго порядка функции $z = \cos(x^3 - 2xy)$, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 28 » мая 2019 г., протокол № 10

Зав. кафедрой _______________Г.С. Жукова /____________/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.
2. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$.
3. Показать, что векторы $\overline{m} = (1,-1,2)$, $\overline{n} = (2,0,3)$, $\overline{p} = (-2,-1,1)$ образуют базис в пространстве.
4. Вычислить предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^{2n-1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 5^{2n+2}}$.
5. Найдите экстремум функции $y = \sqrt{x} + \sqrt{6-x}$.
6. Найти градиент функции $z = x^2y - 4xy^2 + 2xy + 2x + 2y - 7$ в точке $P(3,3)$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 28 » мая 2019 г., протокол № 10

Зав. кафедрой _______________Г.С. Жукова /____________/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 1, семестр 2

Экзаменационный билет № 1

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$.
3. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int\limits_1^{\infty} \sqrt{x} dx, \quad \int\limits_1^{\infty} x^{-3} dx, \quad \int\limits_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx.$$

4. Решить уравнение: $y^{IV} - 2y'' + y = 2x$.
5. Решить операционным методом задачу Коши $y' - 4y = \sin 2t, \quad y(0) = 0$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «28» мая 2019 г., протокол № 10

Зав. кафедрой ____________________Г.С. Жукова /_______________/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Извлечение корня n – ой степени из комплексного числа.
2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$.
3. Решить задачу Коши: $y' = \frac{y}{1+x^2} + e^{\operatorname{arctg} x}, \quad y(0) = 1$.
4. Решить краевую задачу $y'' + 6y' + 10y = x - 1,\ y(0) = 0,\ y(\pi/2) = 1$.
5. Дана функция комплексной переменной: $f(z) = \bar{z}^2$. Проверить, применяя условия Коши – Римана, является ли она аналитической.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «25» мая 2019 г., протокол № 10

Зав. кафедрой ____________________Г.С. Жукова /_______________/

Комплекты тестовых заданий (Т)
и контрольных работ (КР)
(для оценки компетенций ОПК-2)

по дисциплине Математика
(наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$

---

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$\vec{x} = \{5, -12, 1\}$, $\vec{p} = \{1, -3, 0\}$, $\vec{q} = \{1, -1, 1\}$, $\vec{r} = \{0, -1, 2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a} = \{2, 0, 1\}$, $\vec{b} = \{-2, 3, 1\}$, $\vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a} = \overrightarrow{2p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - \overrightarrow{3q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 2$, $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$

Тестовое задание по комплексным числам

ЗАДАНИЕ 1

Установите соответствие между комплексным числом и его модулем.

1	$1-i$		$2\sqrt{2}$
2	$2+2i$		$\sqrt{2}$
3	$-3+4i$		2
4	$\sqrt{3}-2i$		5
5			$\sqrt{7}$

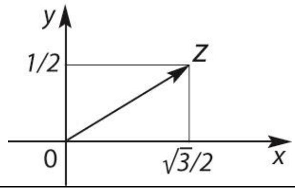
ЗАДАНИЕ 2

Действительная часть комплексного числа $(3-2i)^2$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $\sqrt{13}$ 2) 5 3) 13 4) 9.

ЗАДАНИЕ 3

На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа $z = x + iy$.
Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид

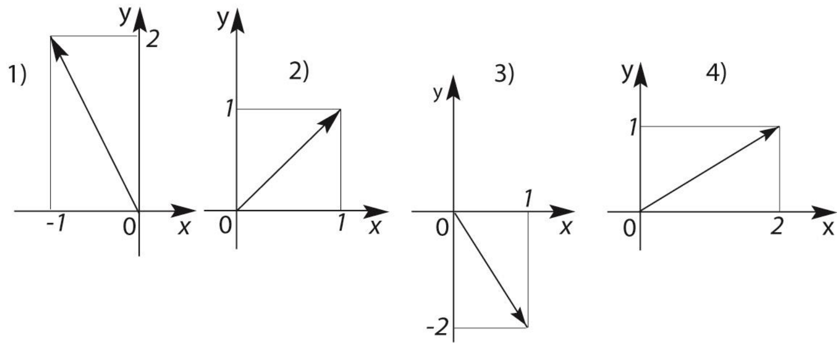


Ответ	

ЗАДАНИЕ 4

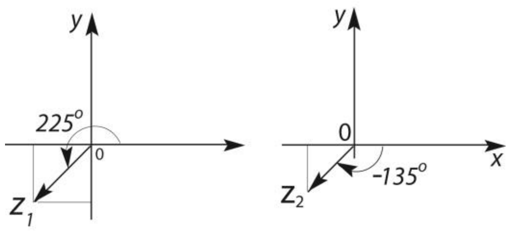
Вектор, соответствующий сумме комплексных чисел $z_1 = -1 + i$ и $z_2 = 2 - 3i$, изображен на рисунке

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).



ЗАДАНИЕ 5

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2.

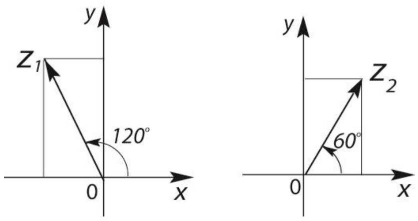


Тогда аргумент произведения $\arg(z_1 z_2)$ (в градусах) равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2.



Тогда аргумент отношения $\arg(z_1 / z_2)$ (в градусах) равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Найти модуль комплексного числа z, если $\operatorname{Im} z = 3$, а $\arg z = \arcsin(3/5)$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Дано комплексное число $z = 2 + \sqrt{5}i$. Установите соответствие между операциями над данным числом и результатами их выполнения.

1	$z\bar{z}$		$2\sqrt{5}i$
2	$\bar{z}/\lvert z\rvert$		4
3	$z+\bar{z}$		9
4	$z-\bar{z}$		$\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}i$

ЗАДАНИЕ 9

Найти значения корня $\sqrt[3]{-1}$. Показать их на комплексной плоскости.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 10

Пусть $z=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$. Вычислить $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{80}$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) -1 2) 1 3) 2^{40} 4) -2^{40}.

Задания по математическому анализу

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e.
2. Найти производную функции $y=\frac{\operatorname{tg}x^2}{7^x+5}$

---

1. Найти производную y'_x:

а) $y=arctg^3\ln\frac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y=\left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin\left(x-2y\right)+\frac{x^3}{y}=7x$ г) $x=e^{-t}\cos t$, $y=e^t\cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f\left(x\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$

---

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}\left(1-3x\right)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\frac{\cos 6x}{3\sin\left(12x+1\right)}$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2\frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

---

1. Построить график: $y=\frac{x+4}{x+2}$; $y=\frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, \ x\le -\pi\\ \sin x, \ -\pi<x<0\\ \pi, \ x\ge 0\end{cases}$

Функции нескольких переменных

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy}=z''_{yx}$

1. $z=e^{x^2-y^2}$, 2. $z=\cos(x^3-2xy)$, 3. $z=\sqrt{y^2-2x}$, 4. $z=\ln(xy-x^2)$, 5. $z=\dfrac{x^2+3y^2}{xy}$,

6. $z=ctg(2x+3y)$, 7. $z=\sin(x^2y)$, 8. $z=e^{x/y}$, 9. $z=x\cos^2 y$, 10. $z=y^2\sin^2 x$.

Найти градиент функции $z=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$

1. $z=\dfrac{y^2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4{,}6)$; 2. $z=\dfrac{x^4+3y^2}{4xy}$, $M_0(1{,}-1)$; 3. $z=\dfrac{y^2}{x^3}$, $M_0(2{,}-2)$;

4. $z=x^3-3y^2x$, $M_0(3{,}2)$.

Исследовать на экстремум функцию

1. $z=x^2-x+y^2+2y$, 2. $z=2x^2+xy-x+y^2$,

3. $z=x^2-2x+4y-y^2$, 4. $z=x^2-3x+3y^2+4y$,

5. $z=x^2+y^2+4xy$.

2-ой семестр

Вычислить неопределенные интегралы

1. $\int\dfrac{dx}{2(x+\sqrt{x}}$ 2. $\int x\cdot 2^{-x}dx$ 3. $\int e^x\cos x\,dx$ 4. $\int\dfrac{dx}{x^2-6x+18}$ 5. $\int x\cos 3x\,dx$

6. $\int\dfrac{dx}{x^2+6x+5}$ 7. $\int\dfrac{x-1}{\sqrt{x+1}+2}dx$ 8. $\int\dfrac{x+1}{x^2+3}dx$ 9. $\int\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$ 10. $\int\dfrac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx$

Вычислить определенные интегралы

1. $\int\limits_0^{\pi.6}3\sin^2 x\cos x\,dx$ 2. $\int\limits_0^1\dfrac{dx}{\sqrt{1+3x}}$ 3. $\int\limits_0^1(x-1)e^x dx$ 4. $\int\limits_1^{e^3}\dfrac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$ 5. $\int\limits_1^6\dfrac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$

6. $\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{1+x^2}{arctgx}dx$ 7. $\int\limits_1^{-4}\dfrac{dx}{(3x+5)^2}$ 8. $\int\limits_0^1\dfrac{x^2+2x}{x^2+1}dx$ 9. $\int\limits_0^{\sqrt3}\dfrac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ 10. $\int\limits_0^2\sqrt{4-x^2}dx$

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$\int_1^{\infty}\sqrt{x}dx,\quad \int_1^{\infty}x^{-3}dx,\quad \int_1^{\infty}\sqrt{x^5}dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_1^{\infty}\ln xdx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^a\frac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^1\frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

1. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1\frac{dx}{x^3}$, установить его сходимость или расходимость.

Вычислить двойные интегралы

1. $\iint\limits_{(D)}(x+5y)dxdy,\qquad D=\{(x,y)|0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}$.
2. $\iint\limits_{(D)}(10-x^2-y^2)dxdy,\qquad D=\{(x,y)|\ 1\le x\le 2,\ 0\le y\le 2\}$.
3. $\iint\limits_{(D)}(x+y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями $y=x,\quad y=x^2$.
4. $\iint\limits_{(D)}4xydxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями $x=1,\quad y=x,\quad y=3x$
5. $\iint\limits_{(D)}(x^2+y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями $y=x/2,\quad y=2x,\quad y=2/x\ (x>0)$.

Вычислить двойные интегралы, перейдя к полярным координатам

1. $\iint\limits_{(D)}(4x^2+4y^2+6)dxdy,\quad где\quad D=\{(x,y):x^2+y^2\le 1\}$.
2. $\iint\limits_{(D)}(3\sqrt{x^2+y^2}-2)dxdy,\quad где\quad D=\{(x,y):x^2+y^2\le 4\}$.

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

1. $\int_0^1\int_0^{x^2}(x^2+y^2)dxdy$,   2. $\int_0^2 dx\int_{2x}^{6-x}f(x,y)dy$,   3. $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^{2-y}f(x,y)dx$.

Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=x^3,\quad y=1,\quad x=0$.

Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=x^2,\quad y^2=x$.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2,\ \ y=-x+2$

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ЗАДАНИЕ 1.

Установите соответствие между номером уравнения и его типом

1) $xy' + 2y = x^4 \sin 2x$ 2) $\left(1 + y^2 \sin 2x\right)dx - 2y\cos^2 x dy = 0$

3) $y' - \dfrac{4y}{x} = 2x\sqrt{y}$ 4) $y\sqrt{3+2x^2}\, y' = x\sqrt{3+2y^2}$.

- уравнение с разделяющимися переменными,
- линейное дифференциальное уравнение,
- уравнение в полных дифференциалах,
- уравнение Бернулли,
- уравнение, приводящееся к однородному.

ЗАДАНИЕ 2.

Дано уравнение первого порядка $(5xy^2 + x^3)dx - (y^2 - 5x^2 y)dy = 0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешенному относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3.

Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k+3)x^4$, тогда функция $y = 2x^5$ является его решением при k, равном:

Ответ	

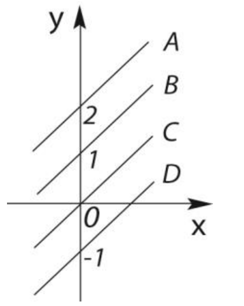
ЗАДАНИЕ 4.

Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2 dy = \dfrac{dx}{x^2}$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = y - 1;$ $y(1) = 2.$



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) A 2) B 3) C 4) D.

ЗАДАНИЕ 6.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y'' = x^2 + x$. Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \dfrac{1}{12}x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 + C_1 x + C_2$ 2) $y = \dfrac{1}{12}x^4 + \dfrac{1}{6}x^3 + C_1 x + C_2$

3) $y = \dfrac{1}{24}x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 + C_1 x + C_2$ 4) $y = 6x^4 + 2x^3 + C_1 x.$

ЗАДАНИЕ 7.

Решение задачи Коши $y'' = 2x + 1,$ $y(0) = y'(0) = 0$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y=\frac{x^3}{3}+x^2$ 2) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}$ 3) $y=\frac{x^3}{6}+x^2$ 4) $y=\frac{x^3}{2}-x.$

ЗАДАНИЕ 8.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $2xy''-y'=0,$ тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y''ctg4x+4y'=0,$ тогда его общее решение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y=0{,}25C_1\sin 4x+C_2$ 2) $y=-C_1\cos 4x+C_2$

3) $y=C_1\sin 4x+C_2$ 4) $y=-C_1\sin 4x+C_2$.

ЗАДАНИЕ 10.

Корни характеристического уравнения равны $k_1=k_2=-1,$ $k_{3,4}=\pm 2,$ тогда фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_1=e^x,\quad y_2=e^{2x},\quad y_3=\cos 3x,\quad y_4=\sin 3x$

2) $y_1=e^{-x},\quad y_2=e^{-2x},\quad y_3=e^{3x},\quad y_4=e^{-3x}$

3) $y_1=e^x,\quad y_2=e^{2x},\quad y_3=\cos 3x,\quad y_4=-\sin 3x$

4) $y_1=e^{-x},\quad y_2=xe^{-x},\quad y_3=e^{2x},\quad y_4=e^{-2x}.$

ЗАДАНИЕ 11.

Корни характеристического уравнения равны $k_1=k_2=5,$ $k_{3,4}=5\pm i.$ тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1=1,$ $y_2=x,$ $y_3=x^2.$ Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=2,$ $y'(0)=-1,$

$y''(0)=-2,$ равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y=2+x-x^2$ 2) $y=2-x-2x^2$ 3) $y=2-x-x^2$ 4) $y=2-x-0{,}5x^2.$

ЗАДАНИЕ 13.

Функция $y=C_1e^x+C_2xe^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2-1=0$ 2) $k^2-k=0$ 3) $k^2+2k+1=0$ 4) $k^2-2k+1=0$.

ЗАДАНИЕ 14.
Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 3y = 0$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15.
Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 2x - 1$ по виду его правой части соответствует функция
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $y_* = Ax^2 + Bx$ 2) $y_* = Ax + B$ 3) $y_* = Ax$ 4) $y_* = Ax^2 + Bx + C.$.

ЗАДАНИЕ 16.
Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $2y'' + y' + 2y = xe^x \sin 2x.$ Записать вид частного решения с неопределенными коэффициентами

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17.
Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' + 4y = 2ctg2x.$ В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 18.
Решение краевой задачи $y'' = 2x + 1, \quad 0 \le x \le 3, \quad y(0) = 1, \quad y(3) = 9/2$
имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ 2) $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ 3) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{10}{3}x + 1$ 4) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{10}{3}x + 1.$

ЗАДАНИЕ 19.
Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = 3y_2, \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$
имеет вид
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3}C_1e^{2x} - C_2e^{-3x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{-2x} + C_2e^{-3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3}C_1e^{-2x} - C_2e^{-3x} \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3}C_1e^{2x} + C_2e^{-3x} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{-2x} + C_2e^{3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3}C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}. \end{cases}$

Тестовое задание по функциям комплексной переменной

ЗАДАНИЕ 1
Заданию каких двух действительных функций действительной переменной эквивалентно задание комплексной функции комплексной переменной $f(z) = \mathrm{e}^{-2z^2}$?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 2

Укажите значение комплексного логарифма $\mathrm{Ln}\,z$ при $z=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3

Дана функция комплексной переменной: $f(z)=\bar{z}^2$. Проверить, применяя условия Коши – Римана, является ли она аналитической.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 4

Укажите первые четыре члена разложения функции комплексной переменной $w=\dfrac{1}{1-z/2}$ в ряд Тейлора по степеням z.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5

Вычислить интеграл $\oint\limits_{|z|=4}\dfrac{zdz}{z^2+9}$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Решить операционным методом задачу Коши для дифференциального уравнения: $y'-4y=e^{-t}$, $y(0)=0$.

Указание: Оригиналу $f(t)=e^{-t}$ соответствует изображение $F(p)=\dfrac{1}{p+1}$.

Ответ	

Оценка «отлично» выставляется студенту за 95 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Комплект вопросов (УО)

(для оценки компетенции ОПК-2)

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.

13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталя.

24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

Кратные интегралы

1. Двойной интеграл, определение и свойства.
2. Правила вычисления двойного интеграла.
3. Некоторые приложения двойного интеграла (к вычислению площадей, объемов, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести.
4. Тройной интеграл, определение и свойства.
5. Криволинейный интеграл первого типа .
6. Криволинейный интеграл второго типа.
7. Необходимое и достаточное условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
8. Формула Грина.
9. Поверхностный интеграл первого типа.
10. Элементы теории поля, поверхностный интеграл второго типа.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.
2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений n-го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.
13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида

$$f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}, \qquad f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x,$$

$$f(x) = P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x.$$

16. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
17. Постановка и решение задачи на собственные значения.
18. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения n-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Определение функции комплексной переменной. Понятие функции комплексной переменной как отображения.
2. Определение и свойства основных элементарных функций комплексной переменной.
3. Логарифмическая функция комплексной переменной.
4. Непрерывность и дифференцируемость функции комплексной переменной. Условия Коши – Римана. Понятие аналитической функции.
5. Определение и свойства интегралов от функций комплексной переменной.
6. Теорема Коши для односвязной области.
7. Теорема Коши для сложного контура.
8. Интегральная формула Коши. Вычисление контурных интегралов с помощью интегральной формулы Коши.
9. Интегральное представление производной от аналитической функции.
10. Определение преобразования Лапласа, понятия оригинала и изображения.
11. Теоремы линейности изображения и подобия.
12. Теоремы смещения изображения и запаздывания.
13. Теоремы дифференцирования оригинала и дифференцирования изображения.
14. Теорема интегрирования оригинала.
15. Обратное преобразование Лапласа. Способы нахождения оригинала.
16. Операционный метод решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
(для оценки компетенции ОПК-2)
по дисциплине Математика
(наименование дисциплины)

Алгебра

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: A^2+8B^T .

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$
и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

<u>Задание №4.</u> Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

<u>Задание №5.</u> Решить матричное уравнение $AXB = C$ (найти *X*). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

<u>Задание №6.</u> Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2

<u>Задание №1</u>. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

<u>Задание №2.</u> Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

<u>Задание №3</u>. Решить систему из №1 методом Гаусса.

<u>Задание №4</u>. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 \quad + \quad 4x_4 = 11 \end{cases}$$

<u>Задание №5</u>. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

РГР №1, часть 3

<u>Задание №1</u>. Показать, что векторы $\overline{m}, \overline{n}, \overline{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\overline{a}$ по этому базису: $\overline{m} = (1, -1, 2), \overline{n} = (2, 0, 3), \overline{p} = (-2, -1, 1), \overline{a} = (5, -4, 13)$.

<u>Задание №2</u>. Даны векторы $\overline{m}$ и $\overline{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$$\overline{m} = (28, -8, 8), \overline{n} = (-21, 6, -6), \ \overline{a} = 2\overline{m} + \overline{n}, \overline{b} = 2\overline{n} - \overline{m}.$$

<u>Задание №3</u>. Найти $|\overline{a}|$, если $|\overline{m}| = 6\sqrt{2}, |\overline{n}| = 2, (\widehat{\overline{m}, \overline{n}}) = 135^\circ, \ \overline{a} = 6\overline{n} - \overline{m}$.

<u>Задание №4</u>. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1; -1; 2), B(3; 3; 2), C(7; 1; 2)$.

<u>Задание №5</u>. При каких `*x*` векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x; 1; -4), \bar{b} = (x-3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n}, \bar{b} = \bar{m} + \bar{n}, |\bar{m}| = 12, |\bar{n}| = 3, (\widehat{\bar{m}, \bar{n}}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника АВС, если А(7; 2; -3), В(6; 5; 1), С(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}(1; -1; 5), \bar{b}(2; 4; -2), \bar{c}(3; 0; 1).$$

РГР №6

Задание №1. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

1. $\int \frac{\sqrt{\mathrm{tg}x + 3}}{\cos^2 x} dx$ 2. $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$ 3. $\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ 4. $\int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}} dx$ 5. $\int \frac{\cos\left(2-5\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}} dx$

6. $\int (1-3x)\cos 5x dx$ 7. $\int \mathrm{arctg} 2\sqrt{x} dx$ 8. $\int e^{-x}\cos 5x dx$ 9. $\int x^2 \ln(x+3) dx$ 10. $\int \frac{\cos(\ln 3x + 4)}{2x} dx$ 11. $\int (2-x)\ln \sqrt[3]{x} dx$

12. $\int (x^2+3x-1)3^{5x} dx$ 13. $\int 3x\sin^2 \frac{x}{3} dx$ 14. $\int (8x-3)\cos\frac{x}{4} dx$ 15. $\int \left(\sqrt{7}-5x\right)\sin x dx$

16. $\int (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx$ 17. $\int \frac{arctg 2x + x}{1+4x^2} dx$ 18. $\int \frac{9(\sin x + \cos x)}{(\cos x - \sin x)^5} dx$ 19. $\int \frac{x^5 - x^4 - 4x^3 + 13x}{x(x-1)(x-2)} dx$

20. $\int \frac{x^3+2x^2+2x+1}{(x^2+1)(x^2+x+2)} dx$ 21. $\int \sin^4 2x \cos^3 2x dx$ 22. $\int \sin^2 x \cos^2 3x dx$

Определенный интеграл

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси 0х, для четных вариантов – относительно оси 0у.
4. Вычислить длины дуг кривых:
   а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
   б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси 0х кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

1) $y = x^2/2, \quad y = 1/(1+x^2)$ 2) $r = \sin^3 \varphi$ 3) $x^2 = 2y, \quad y = |x|$

4а) $y = e^x, \ 0 \le x \le \ln 5$ 4б) $r = 3(1-\sin\varphi) \quad -\pi/2 \le \varphi \le -\pi/6$

5) $y = 1/x, \quad 3 \le x \le 4$

6) $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}$, $\int\limits_0^1 x \ln^2 x dx$

Кратные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{y-2}^{2y} f(x, y) dx.$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4x, \quad z = x, \quad z = 3x.$

Обыкновенные дифференциальные уравнения

Решить уравнения:

1. $\sqrt{4+y^2}dx - ydy = x^2 ydy$,

2. $2\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 8$,

3. $xe^{y^2}dx + (x^2 ye^{y^2} + tgy)dy = 0$.

Решить задачу Коши для уравнения:

4. $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x^3} - \frac{3y}{x}$, $\quad y(1) = 1$,

5. Решить уравнение: $x^2 y''' + xy'' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Решить уравнения:

6. $y'''' + y''' = x$,

7. $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$,

8. $y'' + 25y = 2\cos 5x - \sin 5x + e^{5x}$,

9. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{(3+e^{-x})}$.

10. Решить краевую задачу: $y'' + 2y' + 5y = -3\sin 2x$, $\quad y(0) = 1$, $\quad y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$.

11. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи:

$y'' + \lambda^2 y = 0$, $\quad y(0) = 0$, $\quad y'(b) = y(b)$.

Решить системы уравнений:

12. $\begin{cases} z' = y - z, \\ y' = z - y. \end{cases}$ 13. $\begin{cases} y' = 4y - 3z + \sin x, \\ z' = 2y - z - \cos x. \end{cases}$

Функции комплексной переменной

1. Записать комплексное число $a = -3i$ в тригонометрической и показательной формах и показать его положение на комплексной плоскости $x0y$ с указанием модуля и аргумента. Выполнить указанные действия с двумя комплексными числами $a = -3i$ и $b = -1 - i$: $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, a/b, a^4, $\sqrt[3]{a}$.
2. Вычислить функцию $w = 2 - 3\text{sh}z^2$ при $z = -1 - i$ и показать числа z и w на комплексных плоскостях $x0y$ и $u0v$.

3. Проверить функцию комплексной переменной $w = \cos 2z + 3\,\mathrm{sh}z$ на аналитичность и найти её производную.
4. Вычислить определённый интеграл функции комплексной переменной

$$\int_{1}^{2+i} z e^{z} dz .$$

5. Вычислить интеграл функции комплексной переменной по замкнутому контуру *C*, применяя интегральную формулу Коши

$$\oint_{C} \frac{z-1}{(z-i)(z+1)} dz, \quad C: |z| = 2 .$$

6. Найти изображение $F(p)$ по Лапласу функции действительной переменной $f(t) = 2e^{-2t}\mathrm{ch}t + e^{t}\sin t$.
7. Найти оригинал $f(t)$ по его изображению по Лапласу

$$F(p) = \frac{1}{p^4 + 1} .$$

8. С помощью преобразования Лапласа решить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$$y'' - 9y = \mathrm{sh}3t, \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0 \ (t \ge 0).$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.